

Successive changes and reverse percentages

क्रमिक परिवर्तन और उलटा प्रतिशत

Ratios, percentages and proportional reasoning

अनुपात, प्रतिशत और समानुपाती तर्क

Read the explanations, try the examples and practice independently, then check the solutions.

व्याख्या पढ़ें, उदाहरण और अभ्यास स्वयं हल करें, फिर अपने तर्क को हल से जाँचें।

[English teaching and practice](#)

[हिंदी पाठ और अभ्यास](#)

Free original study material. Hindi explanations support learning; the GATE examination is conducted in English.

निःशुल्क मौलिक अध्ययन सामग्री। हिंदी व्याख्या सीखने में सहायता करती है; GATE परीक्षा अंग्रेज़ी में होती है।

Successive changes and reverse percentages

What you will learn

A percentage change acts on a named base. When a second change acts on the new amount, that base has moved. This lesson shows how to keep track of the movement, undo a known sequence, compare quantities in the reverse direction, and describe a change in a percentage rate precisely.

You should already be able to convert a percentage to a decimal, find a part of a positive whole and solve a simple equation. First check: $12\% = 0.12$, and retaining 88% means multiplying by 0.88.

Build the multiplier from the meaning

Let the original quantity be x . A rise of $p\%$ adds $(p/100)x$, so the new amount is $x + (p/100)x = x(1 + p/100)$. A fall of $p\%$ removes that fraction, leaving $x(1 - p/100)$. The 1 represents the original 100%; it must not disappear.

Change	Multiplier	Meaning
Increase by 15%	1.15	Retain 100% and add 15%
Decrease by 10%	0.90	Retain 90%
No change	1	Retain the whole
Decrease by 100%	0	Nothing remains

These ordinary price, count and measurement models use $x > 0$. A percentage change from an original value of zero is undefined because its formula divides by that value. A decrease over 100% would produce a negative amount, so it does not fit these nonnegative contexts. A rise over 100% can fit: doubling is a 100% rise, not a 200% rise.

Follow each current base

For factors a and b , the sequence is $x \rightarrow ax \rightarrow abx$. Overall signed percentage change is $(ab - 1) \times 100\%$. A positive result means increase; a negative result means decrease. If asked for the size of a decrease, give its positive magnitude and the word decrease.

Multiplying fixed factors in either order gives the same final value when there is no rounding, cap, fixed addition or other intervening rule. The intermediate values can still differ. Do not extend this observation to an operation such as adding a fixed ₹50: multiplication and addition do not generally commute. For example, $100 \times 1.10 + 50 = 160$ but $(100 + 50) \times 1.10 = 165$.

Equal percentage rise and fall do not cancel. For a decimal rate r , $(1 + r)(1 - r) = 1 - r^2$. With $0 < r < 1$, that factor is below 1. If percentages are explicitly both calculated from the original base, however, use that wording; it is a different model from successive changes on current amounts.

Reverse the complete factor

If $\text{final} = \text{original} \times M$ and the known combined factor M is nonzero, $\text{original} = \text{final}/M$. Dividing is the inverse operation. Applying an equal percentage change in the opposite direction is usually a new change, not an undo command. After recovering the original, run the complete forward sequence to check it.

A 100% fall gives $M = 0$: many different original amounts become zero. Zero alone cannot tell you which original was used. A final amount without a specified change is also insufficient. Do not invent a factor, and do not divide by zero.

Reverse the comparison base

If A is $p\%$ more than B , then $A = (1 + p/100)B$. The difference is measured against B in that statement. To ask how much B is below A , divide the same difference by A instead. For positive p , the percentage below is $100p/(100 + p)$.

After a $p\%$ loss, where $0 < p < 100$, the recovery increase is $100p/(100 - p)\%$. The denominator is the reduced amount. These expressions are consequences of the base choice; a 100-unit example is often safer than memorising them.

Percentage points and relative change

A rate is itself a ratio. If a rate moves from $u\%$ to $v\%$, its change is $v - u$ percentage points. Its relative change is $((v - u)/u) \times 100\%$, provided u is nonzero. Keep the sign or state increase/decrease. A rate moving from 0% to 5% rises by 5 percentage points; a finite relative percentage increase from 0% is not defined.

This distinction also prevents a count error: a higher number of successes does not alone establish a higher success rate if the number of attempts changed. Compare success/attempts for each period first.

Products and compensation

When $\text{total spending} = \text{unit price} \times \text{quantity}$, multiply the price factor and quantity factor. The same reasoning works for any genuinely stated product, such as $\text{rectangular area} = \text{length} \times \text{width}$. It is not permission to assume that every relationship is a product.

To keep a positive product fixed, its factor must be 1. If the first factor is $a > 0$, the second must be $1/a$. Explain which amount is the base when turning that reciprocal back into a percentage. Use this alongside the fixed-distance inverse model from the preceding lesson.

A repeatable decision process

1. Name the original quantity, its unit and every comparison base.

2. Translate each stated change to a factor; preserve the sequence and any non-percentage operation.
3. Multiply forward, or divide by the full known nonzero factor to recover the original.
4. Compare final with original. Use percentage points only for differences between percentage rates.
5. Check direction, units and feasibility, then substitute your answer back into the original story.

Six worked cases

Worked example 1

A price of ₹1200 rises by 15% and then falls by 10% of the raised price. Find the final price and overall percentage change.

1. The first base is ₹1200. After the rise: $1200 \times 1.15 = ₹1380$.
2. The second base is ₹1380. Its 10% is ₹138, so final = $1380 - 138 = ₹1242$.
3. Combined factor = $1.15 \times 0.90 = 1.035$. The gain is 0.035 of the original, or 3.5%.

Answer: ₹1242; 3.5% increase

Check and trap: $1242 - 1200 = 42$ and $42/1200 = 0.035$. Subtracting 10 from 15 would incorrectly use one unchanged base.

Worked example 2

After a 20% discount, a device costs ₹560. Find the undiscounted price.

1. The remaining price is 80% of the original x : $0.80x = 560$.
2. Divide by 0.80: $x = 560/0.80 = ₹700$.
3. The original is larger than the discounted amount, as expected.

Answer: ₹700

Check and trap: $700 \times 0.80 = 560$. Adding 20% of 560 gives 672, and $672 \times 0.80 = 537.60$; that does not reproduce 560.

Worked example 3

A has 25% more samples than B. By what percentage is B below A?

1. Use a proportional comparison: set $B = 100$ units and $A = 125$ units. This fixes the ratio, not the actual sample counts.
2. The gap is 25 units. For "B below A", the reference is $A = 125$.
3. Percentage below = $25/125 \times 100 = 20\%$.

Answer: 20%

Check and trap: $125 \times 0.80 = 100$. Saying 25% below would give 93.75, so it changes the relationship.

Worked example 4

A completion rate changes from 40% to 46%. Report the change in percentage points and the relative percentage increase.

1. The displayed rate difference is $46 - 40 = 6$ percentage points.
2. Relative to the old rate, the difference is $6/40 = 0.15$, or a 15% increase.
3. These statements are compatible: $40\% \times 1.15 = 46\%$.

Answer: 6 percentage points; 15% relative increase

Check and trap: A 6% relative increase would produce $40\% \times 1.06 = 42.4\%$, not 46%. Write the label with the number.

Worked example 5

A unit price rises by 8%, while purchased quantity falls by 5%. With no other charges, what is the percentage change in total spending?

1. Let old unit price be P and old quantity be Q ; old spending is PQ .
2. New spending = $(1.08P)(0.95Q) = 1.026PQ$.
3. The factor exceeds 1 by 0.026, so spending increases by 2.6%.

Answer: 2.6% increase

Check and trap: With $P = ₹100$ and $Q = 20$, spending changes from ₹2000 to $₹108 \times 19 = ₹2052$; $52/2000 = 2.6\%$. The shortcut $8 - 5 = 3\%$ misses the product term.

Worked example 6

A measurement falls by 20%. What percentage increase from the reduced value restores its original value?

1. Normalize the positive original to 100; a 20% fall leaves 80.
2. The required increase is 20, but its base is now 80.
3. Recovery increase = $20/80 \times 100 = 25\%$; equivalently, recovery factor = $1/0.80 = 1.25$.

Answer: 25%

Check and trap: $80 \times 1.25 = 100$. A 20% gain would reach only 96. At a 100% loss the reduced base would be zero, so this reversal would fail.

Ten fresh practice questions

Try these before reading the solutions. Multiple-choice checks explicitly say select all. For numeric answers, give only the requested number in the stated unit.

Practice question 1

A value of 1600 rises by 20%, then falls by 25% of the new value. Which final value and overall change are correct?

- A. 1520; 5% decrease
- B. 1440; 10% decrease
- C. 1600; no change
- D. 1920; 20% increase

Practice question 2

A positive measurement is reduced by 15% twice, each time from its current value. What is the overall percentage decrease? Enter the positive percentage number.

Practice question 3

A positive amount is increased by 10% and then decreased by 30%, each on the current amount. Assume exact arithmetic with no fees or other changes. Select all true statements.

- A. The final factor is 0.77
- B. The overall decrease is 20%
- C. Reversing the order of these two percentage factors gives the same final value
- D. The 30% decrease is calculated from 1.10 times the original amount

Practice question 4

After an 8% increase, a price is ₹972. What was the original price? Enter the number of rupees.

Practice question 5

A price first rises by 10% and then falls by 10% of the raised price. The final price is ₹1188. What was the original price?

- A. ₹1176.12
- B. ₹1188
- C. ₹1200
- D. ₹1320

Practice question 6

B is 40% less than positive A. By what percentage is A greater than B?

- A. 40%
- B. 60%
- C. $66\frac{2}{3}\%$
- D. 150%

Practice question 7

A positive quantity loses 37.5% of its value. What percentage increase from the remaining value restores the original? Enter the positive percentage number.

Practice question 8

A rate falls from 75% to 69%. Which pair gives its decrease in percentage points and its relative percentage decrease?

- A. 6 points; 6%
- B. 6 points; 8%
- C. 8 points; 6%
- D. 8 points; 8%

Practice question 9

Unit price increases by 60%. With no other charges, what decrease in purchased quantity keeps total spending unchanged?

- A. 60%
- B. 40%
- C. 37.5%
- D. 62.5%

Practice question 10

Select all mathematically justified statements for the ordinary nonnegative quantity models in this lesson.

- A. A 100% increase multiplies the original by zero
- B. A final zero after a 100% decrease does not determine a unique positive original
- C. The relative percentage change from 0 to 8 is undefined
- D. A final value of 150 determines the original even if the percentage change is unknown

Practice solutions

Solution 1

Answer: B

The intermediate value is $1600 \times 1.20 = 1920$. Final = $1920 \times 0.75 = 1440$. The factor 0.90 gives a 10% fall from the original.

- A: A subtracts the displayed rates and ignores the new second base.
- B: B uses both factors and compares with 1600.
- C: C assumes the changes cancel.
- D: D stops after the first change.

Solution 2

Answer: 27.75

The retained factor is $0.85 \times 0.85 = 0.7225$. Therefore $1 - 0.7225 = 0.2775$, or 27.75%, is lost. From a normalized 100, the stages are 85 and 72.25. The second loss is 12.75, not another 15 of the original.

Solution 3

Answer: A, C, D

Multiply $1.10 \times 0.70 = 0.77$, so the net decrease is 23%. Fixed factors commute under the stated exact model, but the amount before the second step is 1.10 times the original.

- A: A is the correct product.
- B: B wrongly subtracts 10 from 30.
- C: C follows from $1.10 \times 0.70 = 0.70 \times 1.10$; the qualification matters.
- D: D identifies the second base correctly.

Solution 4

Answer: 900

Let the original be x . Then $1.08x = 972$ and $x = 972/1.08 = 900$. Forward check: 8% of 900 is 72, giving 972. Subtracting 8% of 972 would use the wrong base.

Solution 5

Answer: C

The combined factor is $1.10 \times 0.90 = 0.99$. Original = $1188/0.99 = 1200$. Check the whole chain: $1200 \rightarrow 1320 \rightarrow 1188$.

- A: A applies the forward factor again instead of dividing.
- B: B treats equal percentages as cancellation.
- C: C reverses the full factor.
- D: D reverses only the last decrease and gives the intermediate value.

Solution 6

Answer: C

Set $A = 100$ and $B = 60$. For "A greater than B", the base is 60. The gap 40 is $40/60 \times 100 = 66\frac{2}{3}\%$ of B.

- A: A keeps the old base A.
- B: B is B as a percentage of A, not the requested increase.
- C: C uses B as the denominator.
- D: D would make A 2.5 times B, contradicting $A/B = 5/3$.

Solution 7

Answer: 60

Of an original 100, 62.5 remains and 37.5 must be restored. The recovery rate is $37.5/62.5 \times 100 = 60\%$. Check: $0.625 \times 1.60 = 1$.

Solution 8

Answer: B

The difference is $75 - 69 = 6$ percentage points. Relative to the old rate, $6/75 \times 100 = 8\%$. Check: $75\% \times 0.92 = 69\%$.

- A: A confuses the point difference with the relative percentage.
- B: B labels both quantities correctly.
- C: C swaps the two numbers.
- D: D has the correct relative change but an incorrect point difference.

Solution 9

Answer: C

The price factor is 1.60. Quantity must have factor $1/1.60 = 0.625$. Thus 62.5% of the old quantity remains, a 37.5% decrease. Check: $1.60 \times 0.625 = 1$.

- A: A wrongly matches equal opposite percentages.
- B: B gives factor 0.60 and spending factor 0.96.
- C: C gives the required reciprocal factor.
- D: D confuses the retained percentage with the decrease.

Solution 10

Answer: B, C

A 100% increase has factor 2, but a 100% decrease has factor 0. Multiplication by zero loses the original information. Relative change divides by the old value, so an old value of zero is invalid. With an unknown factor, 150 could be unchanged from 150 or a 50% increase from 100, among other possibilities.

- A: A confuses doubling with erasing.
- B: B follows because every positive original times zero gives zero.
- C: C would require division by zero.
- D: D is underdetermined; two consistent originals have been exhibited.

If a step went wrong

Practice questions 1-3: revisit the multiplier and current-base sections and worked example 1. Questions 4-5: write the full forward equation before dividing. Questions 6-7: label the new comparison base. Question 8: separate percentage points from relative percent. Question 9: set the product factor to 1. Question 10: check whether the required division and information exist.

Analogy and its limits

A rescaling window

Imagine a picture on a screen with a width control. A multiplier rescales the current width: 120% means 1.20 times the current width; a later 75% setting means 0.75 times that new width. To recover the starting width, divide by the combined scale. A slider that sends the width to zero erases information: its output cannot identify the old width.

The analogy tracks a changing base, not a physical law. Real image software may round pixels, preserve aspect ratio or impose minimum sizes; our exact arithmetic assumes those rules are absent. A fixed added border is an addition and is not another percentage multiplier. For rates such as 40% becoming 46%, use the separate percentage-point comparison rather than thinking the slider moved merely "6%".

Quick reference

- Positive original x ; increase $p\%$: $x(1 + p/100)$; decrease $p\%$: $x(1 - p/100)$
- Successive factors multiply; overall signed change = $(\text{combined factor} - 1) \times 100\%$
- Recover original = final/combined factor, only when that known factor is nonzero
- A 100% decrease destroys invertibility; an old value of zero makes relative change undefined
- Compare a gap with the quantity named after "than" or "relative to"; reverse comparison changes the denominator
- Rate $u\% \rightarrow v\%$: $v - u$ percentage points; relative change = $(v - u)/u \times 100\%$, for $u \neq 0$
- Fixed product: the factors must multiply to 1; use a reciprocal for compensation
- Fixed additions, rounding and caps need their own stated rules
- Name the base, keep units, check direction, and replay the forward calculation

Concept reference: [OpenStax Prealgebra 2e, section 6.2](#), percent equations and change from an original base. The multiplier, inverse and product reasoning here is derived explicitly.

क्रमिक परिवर्तन और उलटा प्रतिशत

आप क्या सीखेंगे

प्रतिशत परिवर्तन हमेशा किसी निश्चित आधार पर लागू होता है। जब दूसरा परिवर्तन नई मात्रा पर लागू होता है, तो आधार बदल चुका होता है। इस पाठ में हम क्रमिक परिवर्तनों का हिसाब रखेंगे, ज्ञात क्रम से मूल मात्रा निकालेंगे, उलटी दिशा में तुलना करेंगे और किसी प्रतिशत दर के परिवर्तन को सही भाषा में बताएँगे।

पहले आपको प्रतिशत को दशमलव में बदलना, धनात्मक पूरी मात्रा का कोई भाग निकालना और सरल समीकरण हल करना आना चाहिए। छोटी जाँच: $12\% = 0.12$ और 88% बचने का अर्थ 0.88 से गुणा करना है।

अर्थ से गुणक बनाइए

मूल मात्रा x मानें। $p\%$ बढ़ोतरी में $(p/100)x$ जुड़ता है, इसलिए नई मात्रा $x + (p/100)x = x(1 + p/100)$ होगी। $p\%$ कमी में उतना भाग निकल जाता है और $x(1 - p/100)$ बचता है। यहाँ 1 मूल 100% को दर्शाता है; उसे छोड़ना नहीं है।

परिवर्तन	गुणक	अर्थ
15% बढ़ोतरी	1.15	मूल 100% के साथ 15% और
10% कमी	0.90	90% शेष
कोई परिवर्तन नहीं	1	पूरी मात्रा शेष
100% कमी	0	कुछ भी शेष नहीं

कीमत, गिनती और माप के इन सामान्य मॉडलों में $x > 0$ है। शून्य मूल मात्रा से प्रतिशत परिवर्तन परिभाषित नहीं होता, क्योंकि सूत्र में उसी से भाग देना पड़ता है। 100% से अधिक कमी ऋणात्मक मात्रा देगी, इसलिए इन गैर-ऋणात्मक संदर्भों में वह मॉडल उपयुक्त नहीं है। 100% से अधिक बढ़ोतरी संभव हो सकती है: दोगुना होना 100% बढ़ोतरी है, 200% बढ़ोतरी नहीं।

हर बार का वर्तमान आधार देखें

यदि गुणक a और b हैं, तो क्रम $x \rightarrow ax \rightarrow abx$ है। कुल चिह्न सहित प्रतिशत परिवर्तन $(ab - 1) \times 100\%$ होगा। धनात्मक उत्तर बढ़ोतरी और ऋणात्मक उत्तर कमी बताता है। कमी का परिमाण पूछा जाए तो धनात्मक संख्या के साथ 'कमी' लिखें।

बिना पूर्णांकन, सीमा, निश्चित राशि जोड़ने या किसी दूसरी बीच की शर्त के, निश्चित गुणकों का क्रम बदलने से अंतिम मान नहीं बदलता। बीच के मान अलग हो सकते हैं। यह बात निश्चित ₹50 जोड़ने जैसी क्रिया पर लागू न करें: गुणा और जोड़ का क्रम सामान्यतः महत्त्व रखता है। उदाहरण के लिए, $100 \times 1.10 + 50 = 160$, लेकिन $(100 + 50) \times 1.10 = 165$ ।

बराबर प्रतिशत बढ़ोतरी और कमी एक-दूसरे को निरस्त नहीं करतीं। दशमलव दर r के लिए $(1 + r)(1 - r) = 1 - r^2$ है। $0 < r < 1$ होने पर यह गुणक 1 से कम है। लेकिन यदि प्रश्न स्पष्ट रूप से दोनों प्रतिशत मूल आधार पर लगाता है, तो वही शर्त अपनाएँ; वह बदलते वर्तमान आधार वाला क्रमिक मॉडल नहीं है।

पूरे गुणक को उलटें

यदि अंतिम मात्रा = मूल मात्रा $\times$ M और ज्ञात संयुक्त गुणक M शून्य नहीं है, तो मूल मात्रा = अंतिम मात्रा/M होगी। भाग देना गुणा की उलटी क्रिया है। उतने ही प्रतिशत का विपरीत परिवर्तन लगाना सामान्यतः एक नया परिवर्तन होता है, पुराने परिवर्तन को मिटाना नहीं। मूल मात्रा मिलने पर पूरा आगे का क्रम लगाकर जाँचें।

100% कमी में $M = 0$ होता है: कई अलग मूल मात्राएँ शून्य बन जाती हैं। केवल अंतिम शून्य से मूल मात्रा नहीं मिल सकती। परिवर्तन की जानकारी बिना केवल अंतिम मात्रा भी पर्याप्त नहीं है। कोई गुणक अपने-आप न मानें और शून्य से भाग न दें।

तुलना का आधार उलटने पर

यदि A, B से $p\%$ अधिक है, तो $A = (1 + p/100)B$ होगा। इस कथन में अंतर का आधार B है। B, A से कितने प्रतिशत कम है, यह पूछने पर उसी अंतर को A से भाग देना होगा। धनात्मक p के लिए यह कमी $100p/(100 + p)\%$ है।

$p\%$ कमी के बाद, जहाँ $0 < p < 100$, मूल मान तक लौटने के लिए बढ़ोतरी $100p/(100 - p)\%$ चाहिए। यहाँ हर घटी हुई मात्रा है। ये सूत्र आधार चुनने से निकलते हैं; इन्हें याद करने के बजाय मूल मात्रा 100 मानकर समझना अक्सर अधिक सुरक्षित है।

प्रतिशत अंक और सापेक्ष परिवर्तन

दर स्वयं एक अनुपात है। दर $u\%$ से $v\%$ होने पर परिवर्तन $v - u$ प्रतिशत अंक होगा। सापेक्ष प्रतिशत परिवर्तन $((v - u)/u) \times 100\%$ है, बशर्ते u शून्य न हो। चिह्न बनाए रखें या बढ़ोतरी/कमी स्पष्ट लिखें। 0% से 5% होना 5 प्रतिशत अंकों की बढ़ोतरी है; 0% से कोई सीमित सापेक्ष प्रतिशत बढ़ोतरी परिभाषित नहीं है।

गिनती और दर को भी अलग रखें। प्रयासों की कुल संख्या बदलने पर केवल सफलताओं की संख्या बढ़ना सफलता-दर बढ़ने का प्रमाण नहीं है। हर अवधि में पहले सफलता/प्रयास का अनुपात निकालें।

गुणनफल और संतुलन

यदि कुल खर्च = प्रति इकाई कीमत $\times$ मात्रा है, तो कीमत और मात्रा के गुणकों को गुणा करें। यही विचार किसी दिए हुए वास्तविक गुणनफल पर लागू होता है, जैसे आयत का क्षेत्रफल = लंबाई $\times$ चौड़ाई। इससे हर संबंध को गुणनफल मानने की छूट नहीं मिलती।

धनात्मक गुणनफल स्थिर रखने के लिए उसका कुल गुणक 1 होना चाहिए। पहला गुणक $a > 0$ हो तो दूसरा $1/a$ होगा। इस व्युत्क्रम को प्रतिशत में बदलते समय बताएँ कि तुलना किस मात्रा से है। इसे पिछले पाठ के निश्चित दूरी वाले व्युत्क्रमानुपाती मॉडल से जोड़कर समझें।

हल करने का क्रम

1. मूल मात्रा, उसकी इकाई और हर तुलना का आधार लिखें।
2. हर परिवर्तन का गुणक बनाएँ; क्रियाओं का क्रम और गैर-प्रतिशत क्रिया भी बनाए रखें।
3. आगे जाने पर गुणा करें; मूल मात्रा निकालने पर पूरे ज्ञात, अशून्य गुणक से भाग दें।
4. अंतिम मात्रा की मूल से तुलना करें। दो प्रतिशत दरों का अंतर हो तभी प्रतिशत अंक कहें।
5. दिशा, इकाई और संदर्भ की सम्भाव्यता जाँचें; फिर उत्तर को मूल कथन में रखकर सत्यापित करें।

छह हल किए हुए उदाहरण

हल किया उदाहरण 1

₹1200 की कीमत पहले 15% बढ़ती है और फिर बढ़ी हुई कीमत का 10% घटता है। अंतिम कीमत और कुल प्रतिशत परिवर्तन निकालें।

1. पहला आधार ₹1200 है। बढ़ोतरी के बाद $1200 \times 1.15 = ₹1380$ ।
2. दूसरा आधार ₹1380 है। उसका 10% ₹138 है, इसलिए अंतिम कीमत $1380 - 138 = ₹1242$ ।
3. संयुक्त गुणक $1.15 \times 0.90 = 1.035$ है। मूल मात्रा का 0.035, अर्थात 3.5%, बढ़ा।

उत्तर: ₹1242; 3.5% बढ़ोतरी

जाँच और सावधानी: $1242 - 1200 = 42$ और $42/1200 = 0.035$ । 15 में से 10 घटाना दोनों परिवर्तनों का आधार एक ही मानने की गलती है।

हल किया उदाहरण 2

20% छूट के बाद एक उपकरण की कीमत ₹560 है। छूट से पहले की कीमत क्या थी?

1. मूल कीमत x का 80% शेष है: $0.80x = 560$ ।
2. 0.80 से भाग दें: $x = 560/0.80 = ₹700$ ।
3. मूल कीमत छूट के बाद की कीमत से अधिक है, जैसा होना चाहिए।

उत्तर: ₹700

जाँच और सावधानी: $700 \times 0.80 = 560$ । 560 में उसका 20% जोड़ने से 672 मिलता है, लेकिन $672 \times 0.80 = 537.60$; इससे दिया 560 नहीं मिलता।

हल किया उदाहरण 3

A के पास B से 25% अधिक नमूने हैं। B के नमूने A से कितने प्रतिशत कम हैं?

1. अनुपात की तुलना के लिए $B = 100$ इकाइयाँ और $A = 125$ इकाइयाँ मानें। यह अनुपात बताता है, वास्तविक नमूनों की संख्या नहीं।
2. अंतर 25 इकाइयाँ है। “B, A से कम” में आधार $A = 125$ है।
3. प्रतिशत कमी $= 25/125 \times 100 = 20\%$ ।

उत्तर: 20%

जाँच और सावधानी: $125 \times 0.80 = 100$ । 25% कम कहने पर 93.75 मिलेगा; वह अलग संबंध है।

हल किया उदाहरण 4

कार्य-समापन दर 40% से 46% होती है। परिवर्तन को प्रतिशत अंकों और सापेक्ष प्रतिशत बढ़ोतरी में बताएँ।

1. दी गई दरों का अंतर $46 - 40 = 6$ प्रतिशत अंक है।
2. पुरानी दर की तुलना में अंतर $6/40 = 0.15$, अर्थात् 15% बढ़ोतरी है।
3. दोनों कथन संगत हैं: $40\% \times 1.15 = 46\%$ ।

उत्तर: 6 प्रतिशत अंक; 15% सापेक्ष बढ़ोतरी

जाँच और सावधानी: 6% सापेक्ष बढ़ोतरी से $40\% \times 1.06 = 42.4\%$ मिलेगा, 46% नहीं। संख्या के साथ उसका अर्थ भी लिखें।

हल किया उदाहरण 5

प्रति इकाई कीमत 8% बढ़ती है और खरीदी गई मात्रा 5% घटती है। कोई अन्य शुल्क नहीं है। कुल खर्च में कितने प्रतिशत परिवर्तन होता है?

1. पुरानी प्रति इकाई कीमत P और मात्रा Q लें; पुराना खर्च PQ है।
2. नया खर्च $= (1.08P)(0.95Q) = 1.026PQ$ ।
3. गुणक 1 से 0.026 अधिक है, इसलिए खर्च 2.6% बढ़ा।

उत्तर: 2.6% बढ़ोतरी

जाँच और सावधानी: P = ₹100 और Q = 20 लेने पर खर्च ₹2000 से $₹108 \times 19 = ₹2052$ होता है; $52/2000 = 2.6\%$ । $8 - 5 = 3\%$ करने से गुणनफल का अतिरिक्त पद छूट जाता है।

हल किया उदाहरण 6

किसी माप में 20% कमी आती है। घटे हुए मान से कितने प्रतिशत बढ़ाने पर मूल मान वापस मिलेगा?

1. धनात्मक मूल मात्रा 100 मानें; 20% कमी के बाद 80 बचेगा।
2. वापस जोड़ना 20 है, लेकिन अब आधार 80 है।
3. वापसी की बढ़ोतरी $= 20/80 \times 100 = 25\%$; अर्थात् गुणक $1/0.80 = 1.25$ ।

उत्तर: 25%

जाँच और सावधानी: $80 \times 1.25 = 100$ । 20% बढ़ोतरी से केवल 96 मिलेगा। 100% कमी में घटा आधार शून्य होगा, इसलिए इस तरह उलटा हिसाब नहीं हो सकेगा।

दस नए अभ्यास प्रश्न

हल देखने से पहले स्वयं प्रयास करें। एक से अधिक उत्तर वाले प्रश्नों में सभी सही कथन चुनने को स्पष्ट कहा गया है। संख्यात्मक उत्तर में दी गई इकाई के अनुसार माँगी संख्या लिखें।

अभ्यास प्रश्न 1

1600 का मान 20% बढ़ता है, फिर नए मान का 25% घटता है। कौन-सा अंतिम मान और कुल परिवर्तन सही है?

- A. 1520; 5% कमी
- B. 1440; 10% कमी
- C. 1600; कोई परिवर्तन नहीं
- D. 1920; 20% बढ़ोतरी

अभ्यास प्रश्न 2

किसी धनात्मक माप को दो बार 15% घटाया जाता है; हर बार वर्तमान मान आधार है। कुल प्रतिशत कमी कितनी है? धनात्मक प्रतिशत संख्या लिखें।

अभ्यास प्रश्न 3

धनात्मक मात्रा पहले 10% बढ़ती है और फिर 30% घटती है; हर परिवर्तन वर्तमान मात्रा पर है। गणना सटीक है और कोई शुल्क या दूसरा परिवर्तन नहीं है। सभी सही कथन चुनें।

- A. अंतिम गुणक 0.77 है
- B. कुल कमी 20% है
- C. इन दोनों प्रतिशत गुणकों का क्रम उलटने पर वही अंतिम मान मिलेगा
- D. 30% कमी का आधार मूल मात्रा का 1.10 गुना है

अभ्यास प्रश्न 4

8% बढ़ोतरी के बाद कीमत ₹972 है। मूल कीमत क्या थी? रुपये की संख्या लिखें।

अभ्यास प्रश्न 5

कीमत पहले 10% बढ़ती है, फिर बढ़ी हुई कीमत का 10% घटता है। अंतिम कीमत ₹1188 है। मूल कीमत क्या थी?

- A. ₹1176.12
- B. ₹1188
- C. ₹1200
- D. ₹1320

अभ्यास प्रश्न 6

B, धनात्मक A से 40% कम है। A, B से कितने प्रतिशत अधिक है?

- A. 40%
- B. 60%
- C. $66\frac{2}{3}\%$
- D. 150%

अभ्यास प्रश्न 7

धनात्मक मात्रा का 37.5% घट जाता है। शेष मात्रा को कितने प्रतिशत बढ़ाने पर मूल मान वापस मिलेगा? धनात्मक प्रतिशत संख्या लिखें।

अभ्यास प्रश्न 8

दर 75% से 69% होती है। प्रतिशत अंकों में कमी और सापेक्ष प्रतिशत कमी का कौन-सा युग्म सही है?

- A. 6 प्रतिशत अंक; 6%
- B. 6 प्रतिशत अंक; 8%
- C. 8 प्रतिशत अंक; 6%
- D. 8 प्रतिशत अंक; 8%

अभ्यास प्रश्न 9

प्रति इकाई कीमत 60% बढ़ती है। कोई अन्य शुल्क नहीं है। कुल खर्च स्थिर रखने के लिए खरीदी गई मात्रा कितने प्रतिशत घटानी होगी?

- A. 60%
- B. 40%
- C. 37.5%
- D. 62.5%

अभ्यास प्रश्न 10

इस पाठ के सामान्य गैर-ऋणात्मक मात्रा-मॉडलों में सभी गणितीय रूप से सही कथन चुनें।

- A. 100% बढ़ोतरी मूल मात्रा को शून्य से गुणा करती है
- B. 100% कमी के बाद अंतिम शून्य से एक अद्वितीय धनात्मक मूल मात्रा नहीं मिलती
- C. 0 से 8 होने का सापेक्ष प्रतिशत परिवर्तन परिभाषित नहीं है
- D. प्रतिशत परिवर्तन अज्ञात होने पर भी अंतिम मान 150 से मूल मात्रा मिल जाती है

अभ्यास के हल

हल 1

उत्तर: B

बीच का मान $1600 \times 1.20 = 1920$ है। अंतिम मान $1920 \times 0.75 = 1440$ है। गुणक 0.90 मूल से 10% कमी बताता है।

- A: A दी गई दरें घटाकर दूसरे चरण का बदला आधार भूलता है।
- B: B दोनों गुणक लगाकर 1600 से तुलना करता है।
- C: C परिवर्तनों को एक-दूसरे को निरस्त करने वाला मानता है।
- D: D पहले परिवर्तन पर ही रुकता है।

हल 2

उत्तर: 27.75

शेष गुणक $0.85 \times 0.85 = 0.7225$ है। इसलिए $1 - 0.7225 = 0.2775$, अर्थात् 27.75%, घटा। मूल 100 मानने पर चरण 85 और 72.25 हैं। दूसरी कमी 12.75 है, मूल का फिर से 15 नहीं।

हल 3

उत्तर: A, C, D

$1.10 \times 0.70 = 0.77$, इसलिए कुल कमी 23% है। दिए सटीक मॉडल में निश्चित गुणकों का क्रम बदल सकता है, लेकिन मूल क्रम के दूसरे चरण से पहले मात्रा मूल की 1.10 गुनी है।

- A: A सही गुणनफल है।
- B: B गलत ढंग से 30 में से 10 घटाता है।
- C: C में $1.10 \times 0.70 = 0.70 \times 1.10$ है; दी गई शर्त महत्वपूर्ण है।
- D: D दूसरे आधार को सही पहचानता है।

हल 4

उत्तर: 900

मूल कीमत x लें। तब $1.08x = 972$ और $x = 972/1.08 = 900$ । आगे की जाँच: 900 का 8% 72 है, जिससे 972 मिलता है। 972 का 8% घटाना गलत आधार लेना होगा।

हल 5

उत्तर: C

संयुक्त गुणक $1.10 \times 0.90 = 0.99$ है। मूल कीमत $1188/0.99 = 1200$ है। पूरे क्रम की जाँच: $1200 \rightarrow 1320 \rightarrow 1188$ ।

- A: A भाग देने के बजाय आगे वाला गुणक फिर लगाता है।
- B: B बराबर प्रतिशतों को निरस्त मानता है।
- C: C पूरे गुणक को उलटता है।
- D: D केवल अंतिम कमी उलटकर बीच का मान देता है।

हल 6

उत्तर: C

$A = 100$ और $B = 60$ मानें। “A, B से अधिक” में आधार 60 है। अंतर 40, B का $40/60 \times 100 = 66\frac{2}{3}\%$ है।

- A: A पुराना आधार A ही रखता है।
- B: B बताता है कि B, A का कितना प्रतिशत है; यह पूछी बढ़ोतरी नहीं है।
- C: C में हर B है।
- D: D से A, B का 2.5 गुना होगा, जबकि $A/B = 5/3$ है।

हल 7

उत्तर: 60

मूल 100 में से 62.5 बचा और 37.5 वापस जोड़ना है। बढ़ोतरी की दर $37.5/62.5 \times 100 = 60\%$ है। जाँच: $0.625 \times 1.60 = 1$ ।

हल 8

उत्तर: B

अंतर $75 - 69 = 6$ प्रतिशत अंक है। पुरानी दर की तुलना में $6/75 \times 100 = 8\%$ । जाँच: $75\% \times 0.92 = 69\%$ ।

- A: A प्रतिशत-अंक के अंतर को सापेक्ष प्रतिशत मानता है।
- B: B दोनों मात्राओं के नाम सही रखता है।
- C: C दोनों संख्याएँ बदल देता है।
- D: D का सापेक्ष परिवर्तन सही है, लेकिन प्रतिशत-अंक का अंतर गलत है।

हल 9

उत्तर: C

कीमत का गुणक 1.60 है। मात्रा का गुणक $1/1.60 = 0.625$ होना चाहिए। पुरानी मात्रा का 62.5% बचता है, अर्थात् 37.5% कमी। जाँच: $1.60 \times 0.625 = 1$ ।

- A: A बराबर विपरीत प्रतिशत लगा देता है।
- B: B से मात्रा का गुणक 0.60 और खर्च का गुणक 0.96 होगा।
- C: C आवश्यक व्युत्क्रम गुणक देता है।
- D: D शेष प्रतिशत को कमी समझता है।

हल 10

उत्तर: B, C

100% बढ़ोतरी का गुणक 2 है, जबकि 100% कमी का गुणक 0 है। शून्य से गुणा करने पर मूल मान की जानकारी खो जाती है। सापेक्ष परिवर्तन में पुराने मान से भाग देना होता है, इसलिए पुराना शून्य मान मान्य नहीं है। गुणक अज्ञात हो तो 150, मूल 150 का अपरिवर्तित मान या मूल 100 में 50% बढ़ोतरी, दोनों हो सकता है।

- A: A दोगुना होने को मिट जाने से मिलाता है।
- B: B सही है क्योंकि हर धनात्मक मूल मात्रा को शून्य से गुणा करने पर शून्य मिलता है।
- C: C में शून्य से भाग देना पड़ेगा।
- D: D में जानकारी अपर्याप्त है; दो संगत मूल मान दिए जा सकते हैं।

गलती होने पर कहाँ लौटें

अभ्यास प्रश्न 1-3: गुणक और वर्तमान आधार वाले खंड तथा हल किया उदाहरण 1 देखें। प्रश्न 4-5: भाग देने से पहले आगे का पूरा समीकरण लिखें। प्रश्न 6-7: नया तुलना-आधार लिखें। प्रश्न 8: प्रतिशत अंक और सापेक्ष प्रतिशत अलग करें। प्रश्न 9: गुणनफल का गुणक 1 रखें। प्रश्न 10: आवश्यक भाग और जानकारी की वैधता जाँचें।

उपमा और उसकी सीमाएँ

स्क्रीन पर चौड़ाई बदलना

स्क्रीन पर किसी चित्र की चौड़ाई बदलने वाला नियंत्रण सोचें। गुणक वर्तमान चौड़ाई को बदलता है: 120% का अर्थ वर्तमान चौड़ाई का 1.20 गुना; उसके बाद 75% करने का अर्थ नई चौड़ाई का 0.75 गुना। शुरुआती चौड़ाई पाने के लिए संयुक्त गुणक से भाग दें। चौड़ाई शून्य कर देने वाला नियंत्रण जानकारी मिटा देता है: केवल उसका अंतिम मान पुरानी चौड़ाई नहीं बता सकता।

यह उपमा बदलता आधार समझाती है, कोई भौतिक नियम नहीं। वास्तविक सॉफ्टवेयर पिक्सेल पूर्णांक कर सकता है, लंबाई-चौड़ाई अनुपात बनाए रख सकता है या न्यूनतम आकार लगा सकता है; हमारे सटीक मॉडल में ये नियम नहीं हैं। निश्चित चौड़ाई की किनारी जोड़ना जोड़ है, दूसरा प्रतिशत गुणक नहीं। 40% से 46% जैसी दरों के लिए प्रतिशत-अंक की अलग तुलना करें; इसे केवल “6% खिसकना” न मानें।

त्वरित संदर्भ

- धनात्मक मूल x ; $p\%$ बढ़ोतरी: $x(1 + p/100)$; $p\%$ कमी: $x(1 - p/100)$
- क्रमिक गुणक गुणा होते हैं; कुल चिह्न सहित परिवर्तन = $(\text{संयुक्त गुणक} - 1) \times 100\%$
- मूल मात्रा = अंतिम मात्रा/संयुक्त गुणक, केवल जब ज्ञात गुणक शून्य न हो
- 100% कमी को अकेले अंतिम मान से उलटा नहीं जा सकता; पुराना शून्य मान हो तो सापेक्ष परिवर्तन परिभाषित नहीं
- अंतर की तुलना प्रश्न में दिए आधार से करें; उलटी तुलना में हर बदलता है
- दर $u\% \rightarrow v\%$: $v - u$ प्रतिशत अंक; सापेक्ष परिवर्तन = $(v - u)/u \times 100\%$, जहाँ $u \neq 0$
- स्थिर गुणनफल: गुणकों का गुणनफल 1; संतुलन के लिए व्युत्क्रम लें
- निश्चित राशि जोड़ने, पूर्णांकन और सीमाओं के नियम अलग जाँचें
- आधार लिखें, इकाइयाँ रखें, दिशा जाँचें और पूरा आगे का हिसाब दोहराएँ

अवधारणा संदर्भ: [OpenStax Prealgebra 2e](#), खंड 6.2, प्रतिशत समीकरण और मूल आधार से परिवर्तन। यहाँ गुणक, उलटे हिसाब और गुणनफल का तर्क समझाकर निकाला गया है।