

Ratio and Proportion

अनुपात और समानुपात

Lesson 1 of 4 | Ratios Percentages and Commercial Comparisons | Free bilingual workbook

4 में से पाठ 1 | अनुपात प्रतिशत और व्यावसायिक तुलना | निःशुल्क द्विभाषी कार्यपुस्तिका

Use the English or Hindi section. Read the explanations, show your own steps, then check the answers. This focused workbook is part of the four-lesson Ratios Percentages and Commercial Comparisons module.

अंग्रेज़ी या हिंदी खंड पढ़ें। व्याख्या समझें, अपने चरण लिखें, फिर उत्तर जाँचें। यह केंद्रित कार्यपुस्तिका चार पाठों वाले अनुपात प्रतिशत और व्यावसायिक तुलना मॉड्यूल का हिस्सा है।

Choose your section / अपना खंड चुनें

[English lesson and practice](#)

[English quick reference](#)

[हिंदी पाठ और अभ्यास](#)

[हिंदी त्वरित संदर्भ](#)

Original learning practice. Untimed, with no negative marking or pass cutoff. This workbook is not a full RRB CBT simulation or the complete Mathematics course.

मौलिक अध्ययन अभ्यास। समय-सीमा, ऋणात्मक अंकन या उत्तीर्ण होने की न्यूनतम अंक-शर्त नहीं है। यह कार्यपुस्तिका पूरे आरआरबी सीबीटी का अनुकरण या गणित का पूरा पाठ्यक्रम नहीं है।

Ratio and Proportion

What you will learn

A ratio tells us how two quantities compare by multiplication. You will learn to preserve their order and units, simplify their comparison, find a missing proportional value, and recover actual quantities from a total, a difference or a known part. You will also connect two ratios through a shared quantity.

This lesson uses the exact fraction and decimal calculation from Numbers and Calculation. We do not need square-root methods here. The sharing problems use positive quantities. In $a:b$ interpreted as a/b , b cannot be zero. A ratio gives a relationship, not usually the actual sizes: $2:3$ could describe 2 and 3, 20 and 30, or 0.2 and 0.3.

1 Retrieve the arithmetic tools

Attempt these before reading the feedback.

1. Simplify $18/30$.
2. Calculate $(3/5) \times 140$.
3. Using $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$, convert 1.25 m to centimetres.
4. Calculate $72 \div 0.6$.

Feedback:

1. Divide numerator and denominator by 6: $18/30 = 3/5$. Dividing both by the same nonzero number preserves the fraction.
2. One fifth of 140 is 28, so three fifths is $3 \times 28 = 84$.
3. $1.25 \times 100 = 125 \text{ cm}$. A measurement changes its number when the unit changes; its length stays the same.
4. Multiply both dividend and divisor by 10: $72 \div 0.6 = 720 \div 6 = 120$. Dividing by a positive number below 1 can give a larger answer.

If the fraction or decimal steps were difficult, revisit Fractions Decimals and Exact Calculation. Keep the units written while working here.

2 Name the comparison before writing the ratio

A difference answers “how much more?” A ratio answers “how many times as much?” For two quantities A and B measured in the same unit, $A:B$ represents A/B , with B nonzero. Changing the order usually changes the ratio.

When counting categories, name both categories. “Red to blue” and “red to all” have different second quantities. A part-to-part ratio $a:b$ does not make the first part a/b of the whole. If these are the only two parts, its fraction of the whole is $a/(a+b)$.

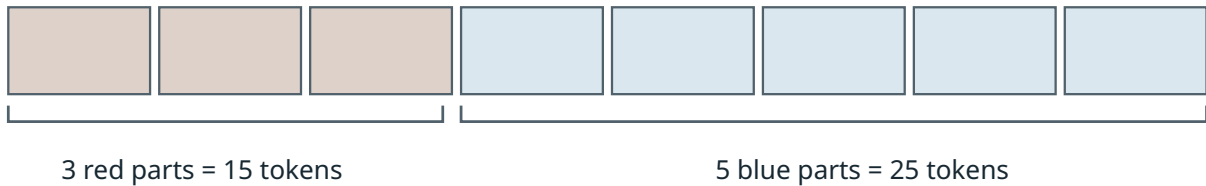
Worked example 1 Part to part, then part to whole

A bag contains 15 red tokens and 25 blue tokens, and no other tokens. Find red:blue and red:all.

Red:blue = $15:25 = 3:5$ after dividing both terms by 5. The total is $15 + 25 = 40$, so red:all = $15:40 = 3:8$. In the first comparison the reference is blue; in the second it is the whole bag.

Check: $15/25 = 3/5$, but $15/40 = 3/8$. Red is 3 of the 8 equal ratio parts of the whole. Blue:red would be 5:3, not 3:5. The ratio does not mean that the bag contains only 3 red and 5 blue tokens; those are its simplest proportional terms.

One whole has eight equal ratio parts



15 red tokens and 25 blue tokens: each equal part represents 5 tokens. Red:blue is 3:5, while red:all is 3:8.

Worked example 2 Match units first

Find 84 cm:1.4 m in that order.

Convert the second length: $1.4 \text{ m} = 140 \text{ cm}$. Then $84:140 = 3:5$, dividing both terms by 28. We compare the same kind of measurement in the same unit, so the units cancel in $84 \text{ cm}/140 \text{ cm}$.

Check: 84 cm is shorter than 1.4 m, and $3/5$ is below 1. Dividing 84 by 1.4 without matching units would compare bare numbers from different scales. Do not apply this cancellation to different kinds of quantities: ₹44 per kg is a rate with units, not a unitless length-to-length ratio. Rates are used in the next lesson.

3 Equivalent ratios use one common scale

Multiplying both terms by the same positive number, or dividing both by the same positive number, preserves their quotient. For positive integer terms, dividing by their HCF gives simplest integer terms. For decimal or fractional terms, first clear the decimal places or denominators with one common multiplier; then reduce.

We do not separately round the two terms. Rounding may change the relationship.

Worked example 3 A ratio containing fractions

Simplify $(3/4):(5/6)$ exactly.

The denominators 4 and 6 have common multiple 12. Multiply both terms by 12: $(3/4) \times 12 = 9$ and $(5/6) \times 12 = 10$. Thus the ratio is 9:10. There is no need to turn $5/6$ into an approximate decimal.

Check the quotient: $(3/4) \div (5/6) = (3/4) \times (6/5) = 18/20 = 9/10$. Using only the numerators, 3:5, would lose the unequal denominators.

4 Proportion means two ratios are equal

$A:B = C:D$ states an equality of two ordered comparisons. For nonzero B and D , write $A/B = C/D$. Multiplying both sides by $B \times D$ gives $A \times D = B \times C$. This explains cross multiplication; it is not a rule for multiplying any four numbers that happen to appear in a question.

Before calculating, align the same quantities in corresponding positions and match the units. Then choose a simple scale factor if one is visible. Cross multiplication is another way to express the same equality.

Worked example 4 Find a missing proportional term

Find x in $7:12 = x:60$.

The second term changes from 12 to 60 by multiplication by 5. The first term must change by the same factor: $x = 7 \times 5 = 35$.

Alternatively, $7/12 = x/60$ gives $7 \times 60 = 12x$, so $x = 420 \div 12 = 35$.

Check: $35:60$ reduces to $7:12$. Adding 48 to the first term because 48 was added to the second would give $55:60$, a different ratio.

Checkpoint A

1. Simplify 45 seconds:2 minutes.
2. Find t in $4:7 = t:35$.
3. Is $2:5$ equal to $6:15$? Give a reason.

Feedback: 2 minutes = 120 seconds, so $45:120 = 3:8$. In the second question the common factor is 5, giving $t = 20$. In the third, both terms were multiplied by 3; $2/5 = 6/15$. If you instead changed only one term, the ratio would change.

5 Recover actual quantities from equal ratio parts

If $A:B = a:b$, write $A = a \times k$ and $B = b \times k$. The positive number k is the size of one equal ratio part. It is not necessarily 1.

Choose the equation from the information actually supplied:

- Total T : there are $a+b$ parts, so $k = T/(a+b)$
- Known B : b parts equal B , so $k = B/b$
- Positive difference Δ , with $b > a$: $b-a$ parts equal Δ , so $k = \Delta/(b-a)$

The numbers a and b describe the relationship; k gives its actual scale. If you are dividing indivisible objects, the resulting counts must be whole numbers. A fractional count signals incompatible data or a wrong model, not permission to cut a person or count half a token.

Worked example 5 A total, then a known part

Share ₹630 between funds A and B in the ratio 2:5.

There are $2+5 = 7$ equal parts. One part is $₹630 \div 7 = ₹90$. Therefore $A = 2 \times ₹90 = ₹180$ and $B = 5 \times ₹90 = ₹450$.

Check both conditions: $₹180 + ₹450 = ₹630$, and $180:450 = 2:5$.

Now hide the total. Suppose you know only $A:B = 2:5$ and $B = ₹450$. B represents five parts, so one part = $₹450 \div 5 = ₹90$. A is still $2 \times ₹90 = ₹180$; the total is $7 \times ₹90 = ₹630$. Dividing ₹450 by 7 would incorrectly treat a known part as the whole.

Worked example 6 A difference gives the difference of parts

Two ribbon lengths are in the ratio 4:7 and differ by 81 cm. Find both lengths.

The longer ribbon has $7-4 = 3$ more equal parts. These three parts measure 81 cm, so one part is $81 \div 3 = 27$ cm. The shorter length is $4 \times 27 = 108$ cm, and the longer is $7 \times 27 = 189$ cm.

Check: $189-108 = 81$ cm and $108:189 = 4:7$. The sum $4+7$ is useful if a total is given, but 81 cm here is a difference. Dividing 81 by 11 answers the wrong model.

6 Connect ratios through the shared quantity

To combine $A:B$ and $B:C$, B must represent the same quantity in both statements. Make its ratio terms equal using equivalent ratios; then read $A:B:C$ in order. Do not simply place four unmatched numbers next to each other.

Worked example 7 Join ratios, then share among three parts

Given $A:B = 3:4$ and $B:C = 6:5$, find $A:B:C$.

The shared B terms are 4 and 6. A convenient common value is 12. Multiply $3:4$ by 3 to get $9:12$. Multiply $6:5$ by 2 to get $12:10$. Therefore $A:B:C = 9:12:10$.

Check each original comparison: $9:12 = 3:4$ and $12:10 = 6:5$.

Coached extension: if $A+B+C = 620$, find the three quantities. There are $9+12+10 = 31$ equal parts, so one part is $620 \div 31 = 20$. Thus $A = 180$, $B = 240$ and $C = 200$. Their sum is 620, while $180:240 = 3:4$ and $240:200 = 6:5$. The same whole-sharing mechanism works with three terms; no new formula needs memorising.

Worked example 8 Equal additions need not preserve a ratio

A box has 6 white and 10 black counters. Four of each colour are added. Does white:black stay the same?

Initially, $6:10 = 3:5$. Afterwards, $10:14 = 5:7$. These ratios differ: $3 \times 7 = 21$, while $5 \times 5 = 25$. Equal additions preserve the difference between counts, but generally do not preserve their quotient.

This is a counterexample to the claim that equal additions always preserve a ratio. It does not mean they can never do so: equal counts, such as $6:6$, stay in the ratio $1:1$ after equal additions. Check the actual relationship.

Checkpoint B

1. $A:B = 3:5$ and the total is 96. Find A and B.
2. In the same ratio, suppose B alone is 65. Find the total.
3. Two positive lengths are in ratio 2:7 and differ by 40 cm. Find the shorter.

Feedback: (1) Eight parts make 96, so one part is 12; $A=36$ and $B=60$. (2) Five parts make 65, so one part is 13; the total is $8 \times 13 = 104$. (3) Five parts make the 40 cm difference, so one part is 8 cm and the shorter is 16 cm. Name the given total, part or difference before dividing.

7 Independent practice

Attempt all twelve questions before the key. Choose one option and write the named comparison or equal-parts model that supports it. This is untimed learning practice: +1 for correct, 0 otherwise, with no negative marking or pass cutoff. It is not a full RRB CBT simulation.

1. There are 12 green and 18 yellow counters. What is green:yellow in simplest form?

A. 3:2	B. 2:3
C. 2:5	D. 3:5

2. A bag contains only 21 red and 35 blue tokens. What is red:all in simplest form?

A. 3:5	B. 5:8
C. 3:8	D. 8:3

3. Which is the simplest integer ratio equivalent to 0.6:1.5?

A. 2:5	B. 5:2
C. 6:5	D. 2:3

4. Find x in $5:9=x:45$.

A. 41	B. 9
C. 45	D. 25

5. Find 72 cm:1.2 m in simplest form, preserving this order.

A. 60:1	B. 3:5
C. 5:3	D. 6:1

6. Simplify $(\frac{2}{3}):(\frac{5}{9})$ exactly.

A. 2:5

B. 5:6

C. 6:5

D. 3:5

7. ₹840 is divided into two shares in the ratio 3:4. What is the smaller share?

A. ₹360

B. ₹480

C. ₹630

D. ₹120

8. Two positive amounts are in the ratio 5:8 and differ by ₹96. What is the larger amount?

A. ₹96

B. ₹160

C. ₹416

D. ₹256

9. Positive quantities $A:B:C=2:3:7$ and $A+B+C=360$. What is C?

A. 90

B. 210

C. 360

D. 30

10. Let A, B and C be positive quantities satisfying $A:B=4:5$ and $B:C=10:3$. What is $A:B:C$?

A. 4:5:3

B. 4:10:3

C. 8:10:3

D. 8:5:3

11. A learner says adding 3 to both terms of 2:5 preserves the ratio. Which response is correct?

A. False: the new ratio is 5:8, not 2:5

B. True: equal addition always preserves 2:5

C. False: the new ratio is 5:5

D. False: the new ratio is 2:8

12. $A:B=7:11$ and $B=154$. What is $A+B$?

A. 98

B. 154

C. 168

D. 252

8 Explained answer key

1. **B.** Divide 12:18 by 6 to get 2:3. Check $12/18=2/3$. A reverses the categories. C is green:all because there are 30 counters; D is yellow:all. The question compares green with yellow, not either colour with the whole.
2. **C.** Total=21+35=56. Red:all=21:56=3:8 after dividing by 7. A uses blue rather than all as the second quantity. B gives blue:all. D reverses the required comparison. A part cannot exceed this positive whole, which also rejects 8:3.
3. **A.** Multiply both terms by 10 to obtain 6:15, then divide both by 3 to get 2:5. Check $0.6/1.5=0.4=2/5$. B reverses the ratio. C fails to reduce the first term with the same factor as the second. D replaces the second quantity by the difference: $0.6:(1.5-0.6)=0.6:0.9=2:3$. That is a different comparison.
4. **D.** Since $45=9 \times 5$, $x=5 \times 5=25$. Equivalently, $9x=5 \times 45=225$, so $x=25$. Check $25:45=5:9$. A adds the change 36 instead of scaling. B repeats a known term without satisfying the equality. C would give $45:45=1:1$.
5. **B.** $1.2 \text{ m}=120 \text{ cm}$, so $72:120=3:5$. Check that the first length is shorter and the quotient $3/5$ is below 1. A divides 72 by 1.2 without matching units. C reverses the order. D effectively uses an incorrect factor of 10 for metres to centimetres instead of 100.
6. **C.** Multiply both terms by 9: $(2/3) \times 9=6$ and $(5/9) \times 9=5$. Thus 6:5 is correct. Check $(2/3) \div (5/9) = (2/3) \times (9/5) = 6/5$. A ignores denominators. B reverses the quotient. D does not apply the same scale to both original terms.
7. **A.** There are $3+4=7$ equal parts. One part= $\text{₹}840 \div 7 = \text{₹}120$; smaller share= $3 \times \text{₹}120 = \text{₹}360$. The other share is $\text{₹}480$ and the sum is $\text{₹}840$. B is the larger share. C takes $3/4$ of the total, confusing part:part with part:whole. D is just one part, not three.
8. **D.** The difference is $8-5=3$ parts, so one part= $\text{₹}96 \div 3 = \text{₹}32$. The larger amount is $8 \times \text{₹}32 = \text{₹}256$; the smaller is $\text{₹}160$. Check $\text{₹}256 - \text{₹}160 = \text{₹}96$ and $160:256=5:8$. A repeats the difference; B gives the smaller amount; C gives the total $\text{₹}160 + \text{₹}256$.
9. **B.** Total parts= $2+3+7=12$. One part= $360 \div 12=30$. Therefore $C=7 \times 30=210$. Check $A=60$ and $B=90$, so $60+90+210=360$. Option A gives quantity B, option C gives the whole total, and option D gives one part. All three terms belong in the sum of parts.
10. **C.** Match B at 10: multiplying both terms of 4:5 by 2 gives A:B=8:10. The other ratio is already B:C=10:3, so A:B:C=8:10:3. Check $8:10=4:5$. A joins unmatched B terms; B doubles B but not A; D doubles A but not B. Each violates at least one original ratio.
11. **A.** The new terms are $2+3=5$ and $5+3=8$, giving 5:8. It is not equal to 2:5: the cross products are $5 \times 5=25$ and $8 \times 2=16$. B confuses addition with scaling. C changes only the first term; D changes only the second. Both original terms must receive the stated addition.
12. **D.** B is 11 parts, so one part= $154 \div 11=14$. Then $A=7 \times 14=98$ and $A+B=(7+11) \times 14=252$. Check $98:154=7:11$. A gives A alone; B repeats the known quantity. $C=154+14$ adds only one ratio part to B, but A contains seven parts. The known 154 is not the whole.

9 Sources and scope

These original explanations and questions develop the Ratio and Proportion topic listed in RRB CEN 09/2025 §14.1, printed p.28. This is teaching coverage, not a claim about question frequency or a complete exam course. Mathematical references: [NCERT Ganita Prakash, Grade 8, Chapter 7](#), reprint 2026-27, §§7.1-7.6, printed pp.159-177, especially cross multiplication p.168 and whole-sharing pp.172-175; [Part II, Chapter 3](#), §§3.1-3.4, printed pp.55-60. Linked-ratio joining is an explained application of equivalent ratios. Source pages and textbook questions are not reproduced. No age equations, alligation or capital-time partnership rules are introduced here.

Analogy

Think of a packing pattern that puts 2 red counters with every 5 blue counters. Each repeat adds one complete 2-red/5-blue bundle. Three repeats make 6 red and 15 blue: both quantities were multiplied by 3. The seven positions in one bundle explain why the red share of the whole is $\frac{2}{7}$, not $\frac{2}{5}$. If only the blue count is known, groups of five reveal the number of repeats.

Limit: the physical bundle is a model for whole counters. Ratios of money, length or fractional quantities can have a non-integer scale; no actual bundle is necessary. Adding a fixed number to each colour is not the same as adding complete bundles, and need not preserve the ratio.

Quick reference

- Label the compared quantities and preserve order: $A:B$ is A/B , $B \neq 0$
- Same-kind measurements: convert to the same unit before simplifying
- Equivalent ratio: multiply/divide every term by the same positive scale
- Positive integer terms: divide by HCF; fractional terms: clear denominators with one common multiplier
- Proportion: $A/B = C/D$ implies $AD = BC$ when $B, D \neq 0$
- $A:B = a:b \Rightarrow A = ak, B = bk$
- Total T : $k = T/(a+b)$; known B : $k = B/b$
- Difference Δ with $b > a$: $k = \Delta/(b-a)$
- Three parts $a:b:c$ and total T : one part $= T/(a+b+c)$
- Join $A:B$ and $B:C$ only after making the B terms equal
- Check original ratio plus supplied total/part/difference; indivisible counts must be whole
- Equal additions generally change a ratio; test instead of assuming

अनुपात और समानुपात

आप क्या सीखेंगे

अनुपात बताता है कि गुणन-आधारित तुलना में दो राशियाँ एक-दूसरे की कितनी गुनी हैं। आप राशियों का क्रम और इकाइयाँ सही रखना, अनुपात सरल करना, समानुपात का अज्ञात पद निकालना और कुल, अंतर या दिए हुए भाग से वास्तविक राशियाँ पाना सीखेंगे। साझा राशि के माध्यम से दो अनुपात जोड़कर संयुक्त अनुपात भी बनाएँगे।

इस पाठ में संख्याएँ और गणना मॉड्यूल की सटीक भिन्न तथा दशमलव गणना काम आएगी। यहाँ वर्गमूल की विधियाँ आवश्यक नहीं हैं। बाँटने वाले प्रश्नों में राशियाँ धनात्मक हैं। $a:b$ को a/b के रूप में पढ़ने पर b शून्य नहीं हो सकता। अनुपात संबंध बताता है; सामान्यतः वास्तविक आकार नहीं बताता। 2:3 का अर्थ 2 और 3, 20 और 30, या 0.2 और 0.3 भी हो सकता है।

1 गणना के औजार याद करें

प्रतिक्रिया पढ़ने से पहले ये प्रश्न करें।

1. $18/30$ सरल करें।
2. $(3/5) \times 140$ निकालें।
3. $1\text{ m} = 100\text{ cm}$ की सहायता से 1.25 m को सेंटीमीटर में बदलें।
4. $72 \div 0.6$ निकालें।

प्रतिक्रिया:

1. अंश और हर को 6 से भाग दें: $18/30 = 3/5$ । दोनों को एक ही अशून्य संख्या से भाग देने पर भिन्न का मान नहीं बदलता।
2. 140 का पाँचवाँ भाग 28 है; इसलिए तीन-पाँचवाँ भाग $3 \times 28 = 84$ है।
3. $1.25 \times 100 = 125\text{ cm}$ । इकाई बदलने पर माप की संख्या बदलती है, लंबाई नहीं।
4. भाज्य और भाजक दोनों को 10 से गुणा करें: $72 \div 0.6 = 720 \div 6 = 120$ । 1 से छोटी धन संख्या से भाग देने पर उत्तर बड़ा हो सकता है।

भिन्न या दशमलव की इन गणनाओं में कठिनाई हो तो भिन्न दशमलव और सटीक गणना पाठ दोहराएँ। यहाँ गणना करते समय इकाइयाँ लिखते रहें।

2 अनुपात लिखने से पहले तुलना का नाम बताएँ

अंतर पूछता है, “कितना अधिक?” अनुपात पूछता है, “कितनी गुना राशि?” एक ही इकाई में मापी गई राशियों A और B के लिए A:B का अर्थ A/B है, जहाँ B अशून्य है। क्रम बदलने पर सामान्यतः अनुपात बदल जाता है।

श्रेणियों की गिनती करते समय दोनों श्रेणियों के नाम लिखें। “लाल से नीले” और “लाल से कुल” में दूसरी राशि अलग है। भाग-से-भाग अनुपात $a:b$ का अर्थ यह नहीं कि पहला भाग कुल का a/b है। यदि केवल यही दो भाग हैं, तो पहले भाग का कुल में हिस्सा $a/(a+b)$ है।

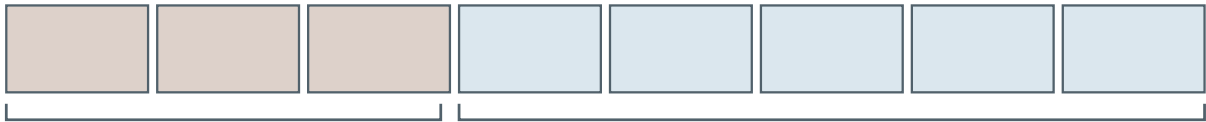
हल उदाहरण 1 भाग से भाग, फिर भाग से कुल

एक थैली में 15 लाल और 25 नीले टोकन हैं; अन्य टोकन नहीं हैं। लाल:नीले और लाल:कुल निकालें।

लाल:नीले = $15:25 = 3:5$, क्योंकि दोनों पदों को 5 से भाग दिया है। कुल $15 + 25 = 40$ है, इसलिए लाल:कुल = $15:40 = 3:8$ । पहली तुलना का आधार नीले टोकन हैं; दूसरी का आधार पूरी थैली है।

जाँच: $15/25 = 3/5$, लेकिन $15/40 = 3/8$ । कुल के 8 बराबर अनुपाती भागों में लाल के 3 भाग हैं। नीले:लाल का अनुपात 5:3 होगा, 3:5 नहीं। अनुपात का अर्थ यह नहीं कि थैली में केवल 3 लाल और 5 नीले टोकन हैं; ये उनके सरलतम अनुपाती पद हैं।

एक पूरे में आठ बराबर अनुपाती भाग



3 लाल भाग = 15 टोकन

5 नीले भाग = 25 टोकन

15 लाल और 25 नीले टोकन: हर बराबर भाग 5 टोकन दर्शाता है। लाल:नीले 3:5 है, जबकि लाल:कुल 3:8 है।

हल उदाहरण 2 पहले इकाइयाँ समान करें

इसी क्रम में 84 cm:1.4 m निकालें।

दूसरी लंबाई बदलें: 1.4 m = 140 cm। फिर दोनों पदों को 28 से भाग देने पर 84:140 = 3:5 है। एक ही प्रकार की माप को समान इकाई में रखने के कारण 84 cm/140 cm में इकाइयाँ कट जाती हैं।

जाँच: 84 cm, 1.4 m से छोटा है और 3/5, 1 से छोटा है। इकाइयाँ समान किए बिना 84 को 1.4 से भाग देना अलग पैमानों की केवल संख्याओं की तुलना होगी। अलग प्रकार की राशियों में ऐसा इकाई-निरसन न करें: ₹44 प्रति kg इकाई वाली दर है, इकाई-रहित लंबाई-से-लंबाई अनुपात नहीं। अगले पाठ में दरों का उपयोग होगा।

3 तुल्य अनुपात में एक ही समान गुणक लगता है

दोनों पदों को एक ही धन संख्या से गुणा करने या भाग देने पर उनका भागफल नहीं बदलता। धन पूर्णांक पदों को उनके महत्तम समापवर्तक से भाग देने पर सरलतम पूर्णांक पद मिलते हैं। दशमलव या भिन्न पद हों तो पहले एक ही समान गुणक से दशमलव स्थान या हर हटाएँ; फिर सरल करें।

दोनों पदों को अलग-अलग सन्निकट नहीं करते। सन्निकटन से उनका संबंध बदल सकता है।

हल उदाहरण 3 भिन्नो वाला अनुपात

(3/4):(5/6) को सटीक रूप में सरल करें।

हर 4 और 6 का एक साझा गुणज 12 है। दोनों पदों को 12 से गुणा करें: $(3/4) \times 12 = 9$ और $(5/6) \times 12 = 10$ । इसलिए अनुपात 9:10 है। 5/6 को सन्निकट दशमलव में बदलने की आवश्यकता नहीं है।

भागफल से जाँचें: $(3/4) \div (5/6) = (3/4) \times (6/5) = 18/20 = 9/10$ । केवल अंश लेकर 3:5 लिखने पर असमान हरो की जानकारी छूट जाएगी।

4 समानुपात का अर्थ है दो अनुपात बराबर होना

$A:B = C:D$ दो क्रमबद्ध तुलनाओं की बराबरी बताता है। B और D अशून्य हों तो $A/B = C/D$ लिखें। दोनों पक्षों को $B \times D$ से गुणा करने पर $A \times D = B \times C$ मिलता है। यही आड़े गुणन का कारण है; प्रश्न में दिखाई देने वाली किन्हीं चार संख्याओं को गुणा करने का नियम नहीं।

गणना से पहले समान राशियों को संगत स्थानों पर रखें और इकाइयाँ समान करें। आसान गुणक दिखाई दे तो उसका उपयोग करें। आड़ा गुणन भी उसी बराबरी को व्यक्त करने का तरीका है।

हल उदाहरण 4 अज्ञात समानुपाती पद निकालें

$7:12 = x:60$ में x निकालें।

दूसरा पद 12 से 60 होने पर 5 से गुणा हुआ है। पहले पद पर भी वही गुणक लगेगा: $x = 7 \times 5 = 35$ ।

दूसरी विधि में $7/12 = x/60$ से $7 \times 60 = 12x$, इसलिए $x = 420 \div 12 = 35$ मिलता है।

जाँच: $35:60$ सरल करने पर $7:12$ है। दूसरे पद में 48 जुड़ा देखकर पहले पद में भी 48 जोड़ने से $55:60$ मिलेगा, जो अलग अनुपात है।

जाँच-बिंदु A

1. 45 सेकंड:2 मिनट सरल करें।

2. $4:7 = t:35$ में t निकालें।

3. क्या 2:5 और 6:15 बराबर हैं? कारण बताएँ।

प्रतिक्रिया: 2 मिनट = 120 सेकंड, इसलिए $45:120 = 3:8$ । दूसरे प्रश्न में समान गुणक 5 है, इसलिए $t = 20$ । तीसरे में दोनों पदों को 3 से गुणा किया है; $2/5 = 6/15$ । केवल एक पद बदलने पर अनुपात बदल जाएगा।

5 बराबर अनुपाती भागों से वास्तविक राशियाँ पाएँ

यदि $A:B = a:b$ है, तो $A = a \times k$ और $B = b \times k$ लिखें। धन संख्या k एक बराबर अनुपाती भाग का आकार है। उसका मान हमेशा 1 नहीं होता।

वास्तव में दी गई जानकारी के अनुसार समीकरण चुनें:

- कुल T दिया हो: $a+b$ भाग हैं, इसलिए $k = T/(a+b)$
- B दिया हो: b भागों का मान B है, इसलिए $k = B/b$
- धन अंतर Δ दिया हो और $b > a$ हो: $b-a$ भागों का मान Δ है, इसलिए $k = \Delta/(b-a)$

a और b संबंध बताते हैं; k उसका वास्तविक पैमाना बताता है। जिन वस्तुओं को बाँटा नहीं जा सकता, उनकी प्राप्त संख्या पूर्णांक होनी चाहिए। भिन्न में संख्या मिलने पर आँकड़े असंगत या विधि गलत हो सकती है; इसका अर्थ आधा व्यक्ति या आधा टोकन गिनने की अनुमति नहीं है।

हल उदाहरण 5 पहले कुल, फिर दिया हुआ भाग

₹630 को निधि A और B में 2:5 के अनुपात में बाँटें।

$2+5 = 7$ बराबर भाग हैं। एक भाग $₹630 \div 7 = ₹90$ है। इसलिए $A = 2 \times ₹90 = ₹180$ और $B = 5 \times ₹90 = ₹450$ है।

दोनों शर्तें जाँचें: $₹180 + ₹450 = ₹630$ और $180:450 = 2:5$ ।

अब कुल को छिपा दें। मानें केवल $A:B = 2:5$ और $B = ₹450$ दिए हैं। B पाँच भाग है, इसलिए एक भाग $= ₹450 \div 5 = ₹90$ । A अब भी $2 \times ₹90 = ₹180$ और कुल $7 \times ₹90 = ₹630$ होगा। ₹450 को 7 से भाग देने का अर्थ दिए हुए भाग को गलती से कुल मानना होगा।

हल उदाहरण 6 अंतर से भागों का अंतर मिलता है

दो फीते की लंबाइयों का अनुपात 4:7 है और उनमें 81 cm का अंतर है। दोनों लंबाइयाँ निकालें।

लंबे फीते में $7-4 = 3$ बराबर भाग अधिक हैं। इन तीन भागों की लंबाई 81 cm है, इसलिए एक भाग $81 \div 3 = 27$ cm है। छोटी लंबाई $4 \times 27 = 108$ cm और बड़ी लंबाई $7 \times 27 = 189$ cm है।

जाँच: $189-108 = 81$ cm और $108:189 = 4:7$ । कुल दिया हो तो $4+7$ का योग उपयोगी है, लेकिन यहाँ 81 cm अंतर है। 81 को 11 से भाग देना गलत मॉडल होगा।

6 साझा राशि से अनुपात जोड़ें

A:B और B:C को संयुक्त करने के लिए दोनों कथनों में B वही राशि होनी चाहिए। तुल्य अनुपात बनाकर B के पद समान करें; फिर A:B:C को क्रम में पढ़ें। चार असंगत संख्याओं को केवल साथ लिख देना पर्याप्त नहीं है।

हल उदाहरण 7 अनुपात जोड़ें, फिर तीन भागों में बाँटें

A:B = 3:4 और B:C = 6:5 दिया है। A:B:C निकालें।

साझा B के पद 4 और 6 हैं। सुविधाजनक साझा मान 12 है। 3:4 को 3 से गुणा करके 9:12 मिलता है। 6:5 को 2 से गुणा करके 12:10 मिलता है। इसलिए A:B:C = 9:12:10।

दोनों मूल तुलनाएँ जाँचें: $9:12 = 3:4$ और $12:10 = 6:5$ ।

निर्देशित विस्तार: यदि $A+B+C = 620$ है, तो तीनों राशियाँ निकालें। $9+12+10 = 31$ बराबर भाग हैं, इसलिए एक भाग $620 \div 31 = 20$ है। अतः $A = 180$, $B = 240$ और $C = 200$ । उनका योग 620 है; साथ ही $180:240 = 3:4$ और $240:200 = 6:5$ । कुल बाँटने की वही विधि तीन पदों पर लागू होती है; नया सूत्र रटने की आवश्यकता नहीं है।

हल उदाहरण 8 समान जोड़ से अनुपात बदल सकता है

एक डिब्बे में 6 सफेद और 10 काले गुटके हैं। हर रंग के चार और गुटके डाले गए। क्या सफेद:काले का अनुपात वही रहेगा?

पहले $6:10 = 3:5$ था। बाद में $10:14 = 5:7$ है। ये अलग हैं: $3 \times 7 = 21$, जबकि $5 \times 5 = 25$ । समान संख्या जोड़ने से गिनतियों का अंतर समान रहता है, लेकिन सामान्यतः उनका भागफल समान नहीं रहता।

यह “समान जोड़ से अनुपात हमेशा बना रहता है” के दावे का प्रतिउदाहरण है। इसका अर्थ यह नहीं कि ऐसा कभी हो ही नहीं सकता। बराबर गिनतियाँ, जैसे 6:6, दोनों में समान संख्या जोड़ने पर भी 1:1 रहती हैं। वास्तविक संबंध जाँचें।

जाँच-बिंदु B

1. A:B = 3:5 और कुल 96 है। A और B निकालें।
2. उसी अनुपात में केवल B = 65 दिया हो तो कुल निकालें।
3. दो धन लंबाइयाँ 2:7 के अनुपात में हैं और अंतर 40 cm है। छोटी लंबाई निकालें।

प्रतिक्रिया: (1) आठ भागों का मान 96 है, इसलिए एक भाग 12 है; $A=36$ और $B=60$ । (2) पाँच भागों का मान 65 है, इसलिए एक भाग 13 है; कुल $8 \times 13 = 104$ । (3) पाँच भागों का 40 cm अंतर है, इसलिए एक भाग 8 cm और छोटी लंबाई 16 cm है। भाग देने से पहले पहचानें कि कुल, भाग या अंतर में से क्या दिया है।

7 स्वतंत्र अभ्यास

उत्तरमाला से पहले सभी बारह प्रश्न करें। एक विकल्प चुनें और उसके समर्थन में तुलना का नाम या बराबर भागों का मॉडल लिखें। यह बिना समय-सीमा का सीखने वाला अभ्यास है: सही उत्तर पर +1, अन्यथा 0; ऋणात्मक अंकन या उत्तीर्ण सीमा नहीं है। यह पूर्ण RRB CBT अनुकरण नहीं है।

1. 12 हरे और 18 पीले गुटके हैं। हरे:पीले का सरलतम अनुपात क्या है?

- | | |
|--------|--------|
| A. 3:2 | B. 2:3 |
| C. 2:5 | D. 3:5 |
-

2. एक थैली में केवल 21 लाल और 35 नीले टोकन हैं। लाल:कुल का सरलतम अनुपात क्या है?

- | | |
|--------|--------|
| A. 3:5 | B. 5:8 |
| C. 3:8 | D. 8:3 |
-

3. 0.6:1.5 के तुल्य सरलतम पूर्णांक अनुपात कौन-सा है?

- | | |
|--------|--------|
| A. 2:5 | B. 5:2 |
| C. 6:5 | D. 2:3 |
-

4. $5:9=x:45$ में x का मान निकालें।

- | | |
|-------|-------|
| A. 41 | B. 9 |
| C. 45 | D. 25 |
-

5. क्रम बनाए रखते हुए 72 cm:1.2 m का सरलतम रूप निकालें।

- | | |
|---------|--------|
| A. 60:1 | B. 3:5 |
| C. 5:3 | D. 6:1 |
-

6. $(2/3):(5/9)$ को सटीक रूप में सरल करें।

- | | |
|--------|--------|
| A. 2:5 | B. 5:6 |
| C. 6:5 | D. 3:5 |
-

7. ₹840 को 3:4 के अनुपात में दो हिस्सों में बाँटा गया। छोटा हिस्सा कितना है?

- | | |
|---------|---------|
| A. ₹360 | B. ₹480 |
| C. ₹630 | D. ₹120 |
-

8. दो धन राशियाँ 5:8 के अनुपात में हैं और अंतर ₹96 है। बड़ी राशि कितनी है?

- | | |
|---------|---------|
| A. ₹96 | B. ₹160 |
| C. ₹416 | D. ₹256 |
-

9. धन राशियों का अनुपात $A:B:C=2:3:7$ और $A+B+C=360$ है। C क्या है?

- | | |
|--------|--------|
| A. 90 | B. 210 |
| C. 360 | D. 30 |
-

10. धन राशियाँ A, B, C ऐसी हैं कि $A:B=4:5$ और $B:C=10:3$ है। $A:B:C$ क्या है?

- | | |
|-----------|-----------|
| A. 4:5:3 | B. 4:10:3 |
| C. 8:10:3 | D. 8:5:3 |
-

11. विद्यार्थी कहता है कि 2:5 के दोनों पदों में 3 जोड़ने पर अनुपात वही रहता है। सही प्रतिक्रिया कौन-सी है?

- A. गलत: नया अनुपात 5:8 है, 2:5 नहीं
 - B. सही: समान जोड़ हमेशा 2:5 बनाए रखता है
 - C. गलत: नया अनुपात 5:5 है
 - D. गलत: नया अनुपात 2:8 है
-

12. $A:B=7:11$ और $B=154$ है। $A+B$ कितना है?

- | | |
|--------|--------|
| A. 98 | B. 154 |
| C. 168 | D. 252 |
-

8 समझाई गई उत्तरमाला

1. **B.** 12:18 के दोनों पदों को 6 से भाग देने पर 2:3 मिलता है। जाँच: $12/18=2/3$ । A में श्रेणियों का क्रम उलटा है। कुल 30 गुटके हैं, इसलिए C हरे:कुल और D पीले:कुल हैं। प्रश्न हरे की तुलना पीले से करता है, कुल से नहीं।
2. **C.** कुल=21+35=56। लाल:कुल=21:56=3:8, क्योंकि दोनों को 7 से भाग दिया है। A में दूसरी राशि कुल के बजाय नीले हैं। B नीले:कुल है। D वांछित तुलना को उलटता है। भाग इस धन कुल से बढ़ा नहीं हो सकता; इससे भी 8:3 गलत सिद्ध होता है।
3. **A.** दोनों पदों को 10 से गुणा करके 6:15 पाएँ; फिर दोनों को 3 से भाग दें, तो 2:5 है। जाँच: $0.6/1.5=0.4=2/5$ । B अनुपात उलटता है। C में पहले पद पर दूसरे जैसा भाग नहीं लगाया गया। D में दूसरी राशि के स्थान पर अंतर लिया गया है: $0.6:(1.5-0.6)=0.6:0.9=2:3$ । वह अलग तुलना है।
4. **D.** $45=9 \times 5$ है, इसलिए $x=5 \times 5=25$ । दूसरी विधि: $9x=5 \times 45=225$, इसलिए $x=25$ । जाँच: $25:45=5:9$ । A में गुणक लगाने के बजाय 36 का अंतर जोड़ा है। B दिए पद को दोहराता है, बराबरी पूरी नहीं करता। C से $45:45=1:1$ होगा।
5. **B.** $1.2 \text{ m}=120 \text{ cm}$, इसलिए $72:120=3:5$ । पहली लंबाई छोटी है और भागफल $3/5$, 1 से कम है। A में इकाइयाँ समान किए बिना 72 को 1.2 से भाग दिया है। C क्रम उलटता है। D में मीटर से सेंटीमीटर के लिए 100 के बजाय 10 का गलत गुणक लग गया है।
6. **C.** दोनों पदों को 9 से गुणा करें: $(2/3) \times 9=6$ और $(5/9) \times 9=5$ । इसलिए 6:5 सही है। जाँच: $(2/3) \div (5/9)=(2/3) \times (9/5)=6/5$ । A हरे को छोड़ता है। B भागफल उलटता है। D में दोनों मूल पदों पर समान गुणक नहीं लगा है।
7. **A.** $3+4=7$ बराबर भाग हैं। एक भाग= $\text{₹}840 \div 7=\text{₹}120$; छोटा हिस्सा= $3 \times \text{₹}120=\text{₹}360$ । दूसरा हिस्सा $\text{₹}480$ है और योग $\text{₹}840$ है। B बड़ा हिस्सा है। C कुल का $3/4$ लेकर भाग:भाग को भाग:कुल समझता है। D केवल एक भाग है, तीन नहीं।
8. **D.** अंतर $8-5=3$ भाग है, इसलिए एक भाग= $\text{₹}96 \div 3=\text{₹}32$ । बड़ी राशि $8 \times \text{₹}32=\text{₹}256$ और छोटी $\text{₹}160$ है। जाँच: $\text{₹}256-\text{₹}160=\text{₹}96$ और $160:256=5:8$ । A अंतर को दोहराता है; B छोटी राशि है; C कुल $\text{₹}160+\text{₹}256$ है।
9. **B.** कुल भाग= $2+3+7=12$ । एक भाग= $360 \div 12=30$ । इसलिए $C=7 \times 30=210$ । जाँच: $A=60$ और $B=90$, इसलिए $60+90+210=360$ । विकल्प A में B है, विकल्प C पूरा कुल है और D एक भाग है। भागों के योग में तीनों पद शामिल होंगे।
10. **C.** B को 10 पर समान करें: 4:5 के दोनों पदों को 2 से गुणा करके $A:B=8:10$ मिलता है। दूसरा अनुपात पहले से $B:C=10:3$ है, इसलिए $A:B:C=8:10:3$ । जाँच: $8:10=4:5$ । A असमान B पदों को जोड़ता है; B में B दुगुना है, A नहीं; D में A दुगुना है, B नहीं। हर गलत विकल्प कम-से-कम एक मूल अनुपात तोड़ता है।
11. **A.** नए पद $2+3=5$ और $5+3=8$ हैं, इसलिए 5:8 मिलता है। यह 2:5 के बराबर नहीं: आड़े गुणनफल $5 \times 5=25$ और $8 \times 2=16$ हैं। B जोड़ को समान गुणक समझता है। C केवल पहला पद बदलता है; D केवल दूसरा। बताए गए जोड़ को दोनों मूल पदों पर लगाना चाहिए।
12. **D.** B के 11 भाग हैं, इसलिए एक भाग= $154 \div 11=14$ । तब $A=7 \times 14=98$ और $A+B=(7+11) \times 14=252$ । जाँच: $98:154=7:11$ । विकल्प A केवल A की राशि है; B दी राशि दोहराता है। $C=154+14$ में B में केवल एक भाग जुड़ा है, जबकि A के सात भाग हैं। दिया 154 कुल नहीं है।

9 स्रोत और सीमा

ये मौलिक व्याख्याएँ और प्रश्न RRB CEN 09/2025 के §14.1, मुद्रित पृ.28 में दिए अनुपात और समानुपात विषय को सिखाते हैं। यह शिक्षण-विस्तार है, प्रश्नों की आवृत्ति या पूर्ण परीक्षा-पाठ्यक्रम का दावा नहीं। गणितीय संदर्भ: [NCERT गणित प्रकाश, कक्षा 8, अध्याय 7](#), पुनर्मुद्रण 2026-27, §§7.1-7.6, मुद्रित पृ.159-177; विशेषकर आड़ा गुणन पृ.168 और कुल बाँटना पृ.172-175; [भाग II, अध्याय 3](#), §§3.1-3.4, मुद्रित पृ.55-60। साझा पद से अनुपात जोड़ना तुल्य अनुपातों का समझाया गया अनुप्रयोग है। स्रोत पृष्ठ या पुस्तक के प्रश्न पुनः प्रस्तुत नहीं किए गए हैं। यहाँ आयु-समीकरण, मिश्रण का आरोप नियम या पूँजी-समय साझेदारी के नियम नहीं पढ़ाए गए हैं।

उपमा

ऐसा पैकिंग-ढाँचा सोचें जिसमें हर 2 लाल गुटकों के साथ 5 नीले गुटके रखे जाते हैं। हर दोहराव में 2-लाल/5-नीले का पूरा बंडल जुड़ता है। तीन दोहराव से 6 लाल और 15 नीले मिलते हैं: दोनों राशियों को 3 से गुणा किया गया है। एक बंडल के सात स्थान बताते हैं कि कुल में लाल का हिस्सा $2/7$ है, $2/5$ नहीं। केवल नीली संख्या पता हो तो पाँच-पाँच के समूहों से दोहराव की संख्या मिलती है।

सीमा: वास्तविक बंडल पूर्ण गुटकों का मॉडल है। धन, लंबाई या भिन्न राशियों के अनुपात में गुणक पूर्णांक होना आवश्यक नहीं; वास्तविक बंडल भी आवश्यक नहीं है। हर रंग में एक निश्चित संख्या जोड़ना पूरा बंडल जोड़ने जैसा नहीं है; उससे अनुपात बदल सकता है।

त्वरित संदर्भ

- राशियों के नाम और क्रम रखें: $A:B$ का अर्थ A/B है, $B \neq 0$
- एक ही प्रकार की माप: सरल करने से पहले इकाइयाँ समान करें
- तुल्य अनुपात: हर पद को एक ही धन गुणक से गुणा या भाग दें
- धन पूर्णांक पद: महत्तम समापवर्तक से भाग दें; भिन्न पद: एक साझा गुणक से हर हटाएँ
- समानुपात: $B, D \neq 0$ पर $A/B = C/D$ से $AD = BC$
- $A:B = a:b \Rightarrow A = ak, B = bk$
- कुल T : $k = T/(a+b)$; B दिया हो: $k = B/b$
- $b > a$ और अंतर Δ हो: $k = \Delta/(b-a)$
- $a:b:c$ के तीन भाग और कुल T : एक भाग $= T/(a+b+c)$
- $A:B$ तथा $B:C$ को जोड़ने से पहले B के पद समान करें
- मूल अनुपात और दिए कुल/भाग/अंतर को जाँचें; अविभाज्य वस्तुओं की गिनती पूर्णांक हो
- समान जोड़ से सामान्यतः अनुपात बदलता है; मानने के बजाय जाँचें