Percentages and Successive Changes

प्रतिशत और क्रमिक परिवर्तन

Lesson 3 of 4 | Ratios Percentages and Commercial Comparisons | Free bilingual workbook

4 में से पाठ 3 | अनुपात प्रतिशत और व्यावसायिक तुलना | निःशुल्क द्विभाषी कार्यपुस्तिका

Use the English or Hindi section. Read the explanations, show your own steps, then check the answers. This focused workbook is part of the four-lesson Ratios Percentages and Commercial Comparisons module.

अंग्रेज़ी या हिंदी खंड पढ़ें। व्याख्या समझें, अपने चरण लिखें, फिर उत्तर जाँचें। यह केंद्रित कार्यपुस्तिका चार पाठों वाले अनुपात प्रतिशत और व्यावसायिक तुलना मॉड्यूल का हिस्सा है।

Choose your section / अपना खंड चुनें

English lesson and practice

English quick reference

हिंदी पाठ और अभ्यास

हिंदी त्वरित संदर्भ

Original learning practice. Untimed, with no negative marking or pass cutoff. This workbook is not a full RRB CBT simulation or the complete Mathematics course.

मौलिक अध्ययन अभ्यास। समय-सीमा, ऋणात्मक अंकन या उत्तीर्ण होने की न्यूनतम अंक-शर्त नहीं है। यह कार्यपुस्तिका पूरे आरआरबी सीबीटी का अनुकरण या गणित का पूरा पाठ्यक्रम नहीं है।

Percentages and Successive Changes

What you will learn

A percentage compares an amount with a named base, taking that base as 100%. The calculation becomes reliable when you can say what the 100% represents. In this lesson you will convert exact representations, find a part or a missing whole, calculate and reverse a change, follow successive changes, and distinguish a percentage-point difference from a relative percentage change.

You need Fractions Decimals and Exact Calculation and Ratio and Proportion. Direct and inverse proportion comes earlier in our recommended sequence, but inverse proportion is not required for this lesson. We use invented quantities and rates for learning, not live prices, population claims or financial advice. Interest and compounding periods belong to the next module.

1 Retrieve fractions and ratio parts

Try before reading the feedback.

1. Write 0.4 as a simplest fraction.

2. Find 3/4 of 80.

3. A:B = 2:3. What fraction of A+B is A?

Feedback: 0.4 = 4/10 = 2/5. Three quarters of 80 is 3 × (80÷4) = 60. A is 2 of the 2+3 = 5 equal parts, so its fraction of the whole is 2/5. Using 2/3 in the third answer would compare A with B, not A with the total.

2 Percent is a fraction with a named base

The symbol % means per hundred. Thus p% = p/100. If the base amount is B, then p% of B = (p/100) × B. The number p is the numerical percentage, not the multiplier: 8% uses multiplier 0.08, not 8.

Equivalent fractions, decimals and percentages represent the same share. Multiply a fraction or decimal by 100 to obtain its numerical percentage. Divide the numerical percentage by 100 to obtain the fraction or decimal.

A percentage does not specify an amount on its own. For example, 10% of 50 is 5, while 10% of 200 is 20. The rate is the same; the bases differ. Percentages can exceed 100 when comparing a larger amount with a smaller base: 150% of 20 is 30. However, a genuine subset of a positive whole cannot exceed that whole, so its share is at most 100%.

Worked example 1 Convert without losing exactness

Convert 3/8 and 0.075 to percentages; express 12.5% as a fraction.

3/8 × 100 = 300/8 = 37.5, so 3/8 = 37.5%. 0.075 × 100 = 7.5, so 0.075 = 7.5%. 12.5% = 12.5/100 = 125/1000 = 1/8.

Check: 37.5/100 = 0.375 = 3/8; 7.5/100 = 0.075. Writing 0.075 as 75% changes its value by a factor of 10. Likewise, 12.5% is 0.125, not 1.25.

For a non-terminating result, keep an exact fraction unless rounding is requested: 1/3 = 33 1/3%. The decimal 33.33% is only an approximation. A useful mental method is to combine familiar shares of the same base: 15% of B = 10% of B + 5% of B. This addition is valid because both percentages refer to B.

3 Part, percentage and whole are different unknowns

Start from one relationship: Part = (percentage/100) × base.

- To find the part, multiply the given base by the percentage fraction
- To find the percentage, divide part by the positive base, then multiply by 100
- To find the base from a positive percentage, divide the part by that percentage fraction

The “part” in this equation is the amount being compared; it can exceed the base in a comparison above 100%. In literal whole-sharing questions, use the actual total as base.

Worked example 2 Ratio to percentage of the whole

A basket has only red and blue balls in the ratio 3:7, with 200 balls in total. Find the red count and the percentage that are red.

Total ratio parts = 3+7 = 10. The red fraction of the whole is 3/10. Red count = (3/10) × 200 = 60. Red percentage = (3/10) × 100 = 30%.

Check: 60/200 × 100 = 30%. Dividing 3 by 7 would express red relative to blue, a different comparison. The blue share is 70%, and the two exhaustive shares add to 100%.

Worked example 3 Find the rate, then find a missing whole

A 45 g amount belongs to a 180 g whole. What percentage is it? Separately, 36 is 15% of what number?

First calculation: percentage = (45/180) × 100 = (1/4) × 100 = 25%. Both amounts use grams, so the units cancel.

For the second, let the unknown whole be B. Then 36 = (15/100) × B. Divide by 15/100: B = 36 × 100/15 = 240. Alternatively, 15% corresponds to 36, so 1% corresponds to 36/15 = 2.4 and 100% corresponds to 240.

Check: 15% of 240 = 0.15 × 240 = 36. Taking 15% of 36 would give 5.4, but the question asks for the original whole. If a percentage is zero, this reverse division is not available: zero is 0% of many possible bases.

Checkpoint A

1. Find 12.5% of 88.

2. 45 is 18% of what number?

3. A:B = 2:3. Express A as a percentage of A+B.

Feedback: 12.5%=1/8, so 88÷8=11. The missing whole is 45÷0.18=250; check 250×0.18=45. In the last question A is 2/5 of the whole, so its percentage is 40%, not (2/3)×100%. If you chose the wrong denominator, label the whole before repeating the calculation.

4 A change is measured against the original amount

For a positive original amount B and final amount F: Percentage change = ((F−B)/B) × 100.

A positive result is an increase; a negative result is a decrease. You can instead use the positive decrease B−F and explicitly say “decrease”. The denominator is the starting base B, not the final value F.

A rise of r% adds (r/100)B to B: New amount = B + (r/100)B = B(1+r/100). A fall of d% removes (d/100)B: New amount = B − (d/100)B = B(1−d/100).

These factors explain the method. For example, a 15% rise makes the new amount 115% of the old, so its factor is 1.15. It does not make the new amount merely 15% of the old.

Worked example 4 Forward rate and reverse change

A quantity changes from 160 to 184. Find its percentage increase. A different quantity is 414 after a 15% rise. Find that quantity's original value.

The first increase is 184−160 = 24. Percentage increase = (24/160) × 100 = 15%. The old 160 is the reference.

For the reverse problem, the final 414 is 115% of the original. Therefore original = 414÷1.15 = 360. Check: 360 + 15% of 360 = 360+54 = 414.

Subtracting 15% of 414 would use the wrong base: it gives 414−62.1 = 351.9. Reversal undoes a multiplication by division; it does not simply reverse the sign of the percentage.

For ordinary nonnegative quantities, a decrease can range from 0% to 100%. A 100% decrease gives zero. You cannot recover a unique original from that zero by dividing by the zero factor. Also, percentage change from a zero original is undefined because its denominator would be zero. Report the actual change instead; do not invent an infinite percentage.

5 Successive changes use successive bases

Write a base ledger: original → after first change → after second change. Each percentage acts on the amount specified in its own stage. When it acts on the latest amount, use the latest amount as its base.

For an original B, a rise r% followed by a fall d% gives: Final = B(1+r/100)(1−d/100). To get the net percentage relative to the original, subtract 1 from the combined factor and multiply by 100. This factor method follows the two actual calculations; do not memorise an unlabelled “add the percentages” trick.

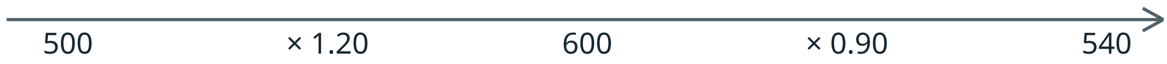
Worked example 5 An increase, then a decrease

Start at 500. Increase by 20%, then decrease the new value by 10%.

First base is 500: increase = 0.20×500 = 100, so the next value is 600. Second base is 600: decrease = 0.10×600 = 60, so final value is 540. Net increase = 540−500 = 40, which is (40/500)×100 = 8%.

The combined factor is 1.20×0.90 = 1.08. Check: 500×1.08=540. Subtracting 10 from 20 would predict 10%, but that incorrectly treats both changes as percentages of 500. Same-base percentage amounts may be added; successive percentages on different bases need their bases tracked.

The second percentage uses the new base



500 rises by 20% to 600; then 10% of 600 is removed to reach 540. The net rise is 8% of the original 500.

Worked example 6 Equal opposite rates and restoration

Start at 320, rise 25%, then fall 25% of the new value.

320×1.25 = 400, then 400×0.75 = 300. The rise was 80, but the fall was 100. Thus net decrease = 20, or (20/320)×100 = 6.25%. Check the combined factor: 1.25×0.75 = 0.9375, so 93.75% of the original remains.

Now consider a separate restoration problem: after a 25% fall, what percentage rise restores the original? Use an original of 100 as a convenient scale. The reduced value is 75; the needed increase is 25. Relative to the new base 75, the required rate is (25/75)×100 = 33 1/3%.

The restoration factor is 100/75 = 4/3, and 0.75×(4/3)=1. A 25% rise would only give 75×1.25=93.75, so it does not restore the original. The choice of 100 makes the comparison easy; the conclusion applies to every positive original under these same percentage changes.

6 Reverse comparisons change the denominator

“A is r% more than B” uses B as base. Asking how much less B is than A uses A as base. The numerical difference may be the same, but the denominator is not.

Worked example 7 More than and less than are not symmetric

A is 25% larger than B. By what percent is B smaller than A?

Choose B=100 units, so A=125 units. The difference is 25 units. For “B smaller than A”, divide by A: (25/125)×100 = 20%.

Check: 80% of 125 = 100. Claiming 25% in both directions would give 75% of 125 = 93.75, not 100. The chosen units are a convenient scaling of the relationship, not extra data about the actual quantities.

7 Percentage points compare rates; relative percentages compare change

When two values already are percentages, subtracting their numerical values gives a difference in percentage points. For a relative percentage change, divide that difference by the original numerical percentage and multiply by 100, provided the original is not zero.

Worked example 8 The same change with two different descriptions

A stated rate changes from 40% to 50%. Find the percentage-point increase and the relative percentage increase.

Percentage-point increase = 50−40 = 10 percentage points. Relative increase = ((50−40)/40)×100 = 25%.

Both descriptions are correct but describe different comparisons. On a common 100-unit reference, the amounts rise from 40 to 50; the extra 10 is one quarter of the old 40. Do not call a 10-point increase a 10% relative increase.

Checkpoint B

1. A value is 270 after a 10% fall. Find the original.

2. A value rises 20%, then falls 5% of the new value. Find the net change.

3. Can a percentage change be calculated in the usual way for an amount rising from 0 to 7?

Feedback: (1) 270÷0.9=300; check 300×0.9=270. (2) 1.2×0.95=1.14, so the net increase is 14%. (3) No: the actual increase is 7, but division by the zero starting base is undefined. Keep these domain checks alongside the arithmetic.

8 Independent practice

Attempt the twelve questions before reading the key. State the 100% base next to each calculation. These are original untimed learning questions: +1 for correct, 0 otherwise, with no negative marking or pass cutoff. They are not a full RRB CBT simulation.

1. Express 0.035 as a percentage.

A. 0.35% B. 3.5%
C. 35% D. 350%

---

2. Express 18.75% as an exact simplest fraction.

A. 3/8 B. 15/8
C. 3/16 D. 75/16

---

3. What is 35% of 240?

A. 84
B. 35
C. 156
D. 8400

---

4. 54 is what percentage of 216?

A. 400%
B. 54%
C. 75%
D. 25%

---

5. 63 is 14% of which number?

A. 8.82
B. 450
C. 882
D. 49

---

6. For positive A and B, A:B=4:11. What exact percentage of A+B is A?

A. 36 4/11%
B. 73 1/3%
C. 26 2/3%
D. 4%

---

7. A value falls from 250 to 210. What is the percentage decrease?

A. 16%
B. 19 1/21%
C. 40%
D. 84%

---

8. A positive value is 432 after a 20% rise. What was the original value?

A. 345.6
B. 518.4
C. 412
D. 360

---

9. A positive quantity rises 10%, then rises 20% of its new value. What is the net percentage increase?

A. 30%
B. 32%
C. 2%
D. 132%

---

10. A positive quantity falls 20%, then rises 20% of its reduced value. What is the net result relative to the original?

A. No change
B. 4% increase
C. 4% decrease
D. 40% decrease

---

11. A is 40% more than positive B. By what exact percentage is B less than A?

A. 28 4/7%
B. 40%
C. 71 3/7%
D. 60%

---

12. A rate changes from 30% to 36%. Which pair correctly gives the percentage-point increase and relative percentage increase, in that order?

A. 6 percentage points; 6%
B. 20 percentage points; 6%
C. 6 percentage points; 120%
D. 6 percentage points; 20%

---

9 Explained answer key

1. **B.** Multiply by 100 to get the numerical percentage: 0.035×100=3.5, so 0.035=3.5%. Check 3.5÷100=0.035. A multiplies by only 10; C by 1,000; D by 10,000. The percent sign already supplies division by 100 when converting back.

2. **C.** 18.75%=18.75/100=1875/10000=3/16 after division by 625. Check 3÷16=0.1875. A equals 37.5%, twice the required share. B equals 1.875=187.5%, ten times the required share. D divides 18.75 by 4 instead of 100; 75/16 is greater than 1 and cannot represent this percentage below 100%.

3. **A.** 35% of 240=(35/100)×240=84. Mentally, 30% is 72 and 5% is 12, giving 84 because both use the same base. Check 84/240=0.35. B repeats the percentage number. C is the remaining 65% of 240. D forgets division by 100.

4. **D.** 216 is the base. Percentage=(54/216)×100=(1/4)×100=25%. Check 25% of 216=54. A reverses the fraction, finding 216 as a percentage of 54. B confuses the amount with its percentage. C is the complementary 162/216 share, not the requested 54/216.

5. **B.** Let the base be B. Then 0.14B=63, so B=63/0.14=450. Check 450×0.14=63. A takes 14% of 63, reversing the task. C multiplies 63 by 14 without percentage scaling. D subtracts 14 as a bare amount. A fraction below 1 of the base is 63, so the base must exceed 63.

6. **C.** The whole has 4+11=15 ratio parts. A is 4/15 of it, so its percentage is (4/15)×100=80/3%=26 2/3%. A uses B alone as the denominator: 400/11%=36 4/11%. B is the percentage of the whole belonging to B. D treats four ratio parts as four out of a hundred.

7. **A.** Decrease=250−210=40. Divide by the original 250: 40/250×100=16%. Check 250×0.84=210. B uses final 210 as base, giving 400/21%. C calls the amount 40 a percentage. D is the percentage remaining, 210/250×100, not the decrease.

8. **D.** The final is 120% of the original, so original=432÷1.2=360. Check 360+72=432. A subtracts 20% of the final, using the wrong base. B increases the final again by 20%. C subtracts the bare number 20. To undo multiplying by 1.2, divide by 1.2.

9. **B.** Use factors 1.10×1.20=1.32. The final is 132% of the original, so the increase is 32%. With base 100, the sequence is 100→110→132. A adds rates despite the changed base. C reports only the extra 2 percentage points above the naive 30% sum, not the complete 32% increase. D reports the final percentage, not the increase.

10. **C.** The combined factor is 0.80×1.20=0.96, so 96% remains and the decrease is 4%. For original 100, the values are 100→80→96. A wrongly cancels equal opposite rates. B gets the size but reverses the direction. D adds the two rate numbers without their signs or bases.

11. **A.** Choose B=100 and A=140. For B less than A, the base is A, so percentage=(40/140)×100=200/7%=28 4/7%. Check B/A=5/7, so the shortfall is 2/7. B keeps the original comparison base. C gives B as a percentage of A, not the shortfall. D subtracts 40 from 100 without changing base.

12. **D.** Points=36−30=6. Relative increase=(6/30)×100=20%. Check 30×1.20=36. A confuses the point difference with relative change. B swaps unlike descriptions and still mislabels 6. C gives the final rate as 120% of the old one, instead of the 20% increase.

10 Sources and scope

RRB CEN 09/2025 §14.1, printed p.28, lists Percentages. This lesson develops that topic; it does not predict exam frequency. Concept references: NCERT Ganita Prakash, Grade 8 Part II, Chapter 1, §§1.1-1.3, printed pp.1-16 and the successive-percentage example on p.26; NIOS Secondary Mathematics 211, Chapter 8, §§8.1-8.4, printed pp.204-212. Hindi terminology cross-check: NIOS Hindi Chapter 8, §§8.1-8.4, printed pp.212-221. Percentage-point comparison is our brief transfer explanation, not a separately named RRB topic or a copied textbook exercise. All teaching, numerical cases and questions are original. No interest formula, current tax rate or source scan is included.

Analogy

Imagine a measuring strip divided into 100 equal shares and label its entire length "the base". If that base length is 240 cm, each 1% share is 2.4 cm; if the base is 500 cm, each 1% share is 5 cm. The strip explains why the same percentage can represent different amounts. After a change, a percentage of the new length needs a newly labelled 100% strip.

Limit: this is a representation, not a claim that every object can be physically cut into 100 pieces. A comparison can extend beyond the strip, such as 150% of the base. Percentage points compare the numerical markings of two rates; they do not by themselves specify the underlying amounts.

Quick reference

- p% = p/100; name the amount that represents 100%
- Part=(p/100)×base
- p=(part/base)×100 for positive base
- Base=part÷(p/100) when p>0
- For A:B=a:b, A as a percentage of A+B is a/(a+b)×100
- Relative change=(final−original)/original×100, original>0
- Rise r%: factor 1+r/100; fall d%: factor 1−d/100
- Reverse a change by dividing by its nonzero factor
- Successive changes: multiply the stated stage factors, then compare with 1
- Equal opposite percentage changes generally do not cancel
- In reverse more/less comparisons, change the denominator to the named reference
- Percentage points=new rate−old rate; relative rate change=(new−old)/old×100, old≠0
- Zero original: usual percentage change undefined; 100% fall: original not uniquely recoverable
- Keep repeating results exact or label approximation; same-base parts may be added

प्रतिशत और क्रमिक परिवर्तन

आप क्या सीखेंगे

प्रतिशत किसी राशि की तुलना एक निश्चित आधार से करता है और उस आधार को 100% मानता है। गणना तब भरोसेमंद होती है जब आप बता सकें कि 100% किस राशि को दर्शाता है। इस पाठ में आप सटीक रूपांतरण, भाग या अज्ञात कुल निकालना, परिवर्तन की दर और मूल राशि पाना, क्रमिक परिवर्तन तथा प्रतिशत-अंक और सापेक्ष प्रतिशत परिवर्तन का अंतर सीखेंगे।

इसके लिए भिन्न दशमलव और सटीक गणना तथा अनुपात और समानुपात चाहिए। अनुशंसित क्रम में प्रत्यक्ष और व्युत्क्रम समानुपात पहले आता है, पर इस पाठ के लिए व्युत्क्रम समानुपात आवश्यक नहीं है। सीखने के लिए काल्पनिक राशियाँ और दरें हैं; ये वर्तमान कीमतें, जनसंख्या के दावे या वित्तीय सलाह नहीं हैं। ब्याज और चक्रवृद्धि की अवधि अगले मॉड्यूल में आएगी।

1 भिन्न और अनुपाती भाग याद करें

प्रतिक्रिया पढ़ने से पहले कोशिश करें।

1. 0.4 को सरलतम भिन्न लिखें।

2. 80 का 3/4 निकालें।

3. A:B = 2:3 है। A, A+B का कितना भाग है?

प्रतिक्रिया: 0.4 = 4/10 = 2/5। 80 का तीन-चौथाई भाग 3 × (80÷4) = 60 है। कुल 2+3 = 5 बराबर भागों में A के 2 भाग हैं, इसलिए कुल में उसका हिस्सा 2/5 है। तीसरे उत्तर में 2/3 लेने का अर्थ A की तुलना B से करना होगा, कुल से नहीं।

2 प्रतिशत एक निश्चित आधार वाला भिन्न है

% चिह्न का अर्थ प्रति सौ है। इसलिए p% = p/100। आधार राशि B हो तो B का p% = (p/100) × B। संख्या p प्रतिशत की संख्या है, गुणक नहीं: 8% का गुणक 0.08 है, 8 नहीं।

तुल्य भिन्न, दशमलव और प्रतिशत एक ही हिस्सा दर्शाते हैं। प्रतिशत की संख्या पाने के लिए भिन्न या दशमलव को 100 से गुणा करें। भिन्न या दशमलव पाने के लिए प्रतिशत की संख्या को 100 से भाग दें।

केवल प्रतिशत से राशि निश्चित नहीं होती। उदाहरण के लिए 50 का 10%, 5 है, जबकि 200 का 10%, 20 है। दर समान है; आधार अलग हैं। छोटी आधार राशि से बड़ी राशि की तुलना में प्रतिशत 100 से अधिक हो सकता है: 20 का 150%, 30 है। लेकिन किसी धनात्मक कुल का वास्तविक उपसमूह उस कुल से बड़ा नहीं हो सकता, इसलिए कुल में उसका हिस्सा अधिकतम 100% है।

हल उदाहरण 1 सटीकता बनाए रखते हुए रूपांतरण

3/8 और 0.075 को प्रतिशत में बदलें; 12.5% को भिन्न लिखें।

3/8 × 100 = 300/8 = 37.5, इसलिए 3/8 = 37.5%। 0.075 × 100 = 7.5, इसलिए 0.075 = 7.5%। 12.5% = 12.5/100 = 125/1000 = 1/8।

जाँच: 37.5/100 = 0.375 = 3/8; 7.5/100 = 0.075। 0.075 को 75% लिखने से उसका मान 10 गुना हो जाता है। इसी तरह 12.5% का मान 0.125 है, 1.25 नहीं।

दशमलव समाप्त न हो तो, सन्निकटन न माँगे जाने पर सटीक भिन्न रखें: 1/3 = 33 1/3%। दशमलव 33.33% केवल सन्निकट मान है। मानसिक गणना की उपयोगी विधि है एक ही आधार के परिचित हिस्से जोड़ना: B का 15% = B का 10% + B का 5%। यह जोड़ सही है क्योंकि दोनों प्रतिशत B के हैं।

3 भाग, प्रतिशत और कुल अलग अज्ञात राशियाँ हैं

एक संबंध से शुरू करें: भाग = (प्रतिशत/100) × आधार।

- भाग निकालना हो तो दिए आधार को प्रतिशत वाले भिन्न से गुणा करें
- प्रतिशत निकालना हो तो भाग को धन आधार से भाग देकर 100 से गुणा करें
- धन प्रतिशत से आधार निकालना हो तो भाग को प्रतिशत वाले भिन्न से भाग दें

इस समीकरण में “भाग” वह राशि है जिसकी तुलना हो रही है; 100% से अधिक की तुलना में वह आधार से बड़ी हो सकती है। वास्तविक कुल बाँटने वाले प्रश्न में वास्तविक कुल को ही आधार लें।

हल उदाहरण 2 अनुपात से कुल का प्रतिशत

एक टोकरी में केवल लाल और नीली गेंदें 3:7 के अनुपात में हैं और कुल 200 गेंदें हैं। लाल गेंदों की संख्या तथा प्रतिशत निकालें।

कुल अनुपाती भाग = 3+7 = 10। कुल में लाल का भिन्न 3/10 है। लाल संख्या = (3/10) × 200 = 60। लाल प्रतिशत = (3/10) × 100 = 30%।

जाँच: 60/200 × 100 = 30%। 3 को 7 से भाग देने पर लाल की तुलना नीले से होगी, जो अलग तुलना है। नीली गेंदों का हिस्सा 70% है और कुल बनाने वाले दोनों हिस्से मिलकर 100% हैं।

हल उदाहरण 3 पहले दर, फिर अज्ञात कुल निकालें

180 g के कुल में 45 g का भाग है। यह कितना प्रतिशत है? अलग प्रश्न में, 36 किस संख्या का 15% है?

पहली गणना: प्रतिशत = (45/180) × 100 = (1/4) × 100 = 25%। दोनों राशियाँ ग्राम में हैं, इसलिए इकाइयाँ कटती हैं।

दूसरे प्रश्न में अज्ञात कुल B मानें। तब 36 = (15/100) × B। दोनों ओर 15/100 से भाग दें: B = 36 × 100/15 = 240। दूसरे तरीके से, 15% का मान 36 है, इसलिए 1% का मान 36/15 = 2.4 और 100% का मान 240 है।

जाँच: 240 का 15% = 0.15 × 240 = 36। 36 का 15% लेने से 5.4 मिलेगा, लेकिन प्रश्न मूल कुल पूछता है। प्रतिशत शून्य हो तो यह उलटी भाग-विधि लागू नहीं होती: शून्य कई अलग आधारों का 0% है।

जाँच-बिंदु A

1. 88 का 12.5% निकालें।

2. 45 किस संख्या का 18% है?

3. A:B = 2:3 है। A को A+B के प्रतिशत में लिखें।

प्रतिक्रिया: 12.5%=1/8, इसलिए 88÷8=11। अज्ञात कुल 45÷0.18=250 है; जाँच: 250×0.18=45। अंतिम प्रश्न में A कुल का 2/5 है, इसलिए प्रतिशत 40% है, (2/3)×100% नहीं। गलत हर चुना हो तो गणना दोहराने से पहले कुल का नाम लिखें।

4 परिवर्तन मूल राशि के सापेक्ष मापा जाता है

धन मूल राशि B और अंतिम राशि F के लिए: प्रतिशत परिवर्तन = ((F−B)/B) × 100।

धन परिणाम वृद्धि बताता है; ऋण परिणाम कमी। आप धन कमी B−F लेकर स्पष्ट रूप से “कमी” भी लिख सकते हैं। हर आरंभिक आधार B है, अंतिम मान F नहीं।

r% वृद्धि में B में (r/100)B जुड़ता है: नई राशि = B + (r/100)B = B(1+r/100)। d% कमी में B से (d/100)B घटता है: नई राशि = B − (d/100)B = B(1−d/100)।

इन गुणकों से विधि का कारण समझ आता है। उदाहरण के लिए 15% वृद्धि से नई राशि पुराने की 115% होती है, इसलिए गुणक 1.15 है। नई राशि पुराने की केवल 15% नहीं होती।

हल उदाहरण 4 आगे की दर और उलटा परिवर्तन

एक राशि 160 से 184 होती है। प्रतिशत वृद्धि निकालें। दूसरी राशि 15% वृद्धि के बाद 414 है। दूसरी की मूल राशि निकालें।

पहली वृद्धि 184–160 = 24 है। प्रतिशत वृद्धि = (24/160) × 100 = 15%। पुराना 160 आधार है।

उलटे प्रश्न में अंतिम 414, मूल का 115% है। इसलिए मूल = 414÷1.15 = 360। जाँच: 360 + 360 का 15% = 360+54 = 414।

414 का 15% घटाने पर गलत आधार लगेगा: इससे 414–62.1 = 351.9 मिलता है। गुणा को उलटने के लिए भाग दिया जाता है; केवल प्रतिशत का चिह्न उलट देना पर्याप्त नहीं।

सामान्य अऋणात्मक राशियों में कमी 0% से 100% तक हो सकती है। 100% कमी से शून्य मिलता है। इस शून्य से मूल राशि का एक ही निश्चित मान नहीं मिल सकता, क्योंकि परिवर्तन-गुणक शून्य है और उससे भाग नहीं दे सकते। शून्य मूल राशि से प्रतिशत परिवर्तन भी अपरिभाषित है, क्योंकि हर शून्य होगा। वास्तविक अंतर बताएँ; अनंत प्रतिशत न गढ़ें।

5 क्रमिक परिवर्तन में क्रमिक आधार लगते हैं

आधारों का क्रम लिखें: मूल → पहले परिवर्तन के बाद → दूसरे परिवर्तन के बाद। हर प्रतिशत उसी चरण में बताई गई राशि पर लगता है। जब प्रतिशत नवीनतम राशि पर हो, तो नवीनतम राशि ही आधार लें।

मूल B में पहले r% वृद्धि, फिर d% कमी हो तो: अंतिम = B(1+r/100)(1−d/100)। मूल के सापेक्ष कुल प्रतिशत पाने के लिए संयुक्त गुणक में से 1 घटाकर 100 से गुणा करें। यह गुणक-विधि दोनों वास्तविक गणनाओं से निकलती है; बिना आधार बताए “प्रतिशत जोड़ दो” जैसा तरीका न रटें।

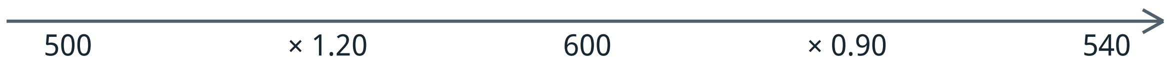
हल उदाहरण 5 पहले वृद्धि, फिर कमी

500 से शुरू करें। 20% बढ़ाएँ, फिर नए मान का 10% घटाएँ।

पहला आधार 500 है: वृद्धि = 0.20×500 = 100, इसलिए अगला मान 600 है। दूसरा आधार 600 है: कमी = 0.10×600 = 60, इसलिए अंतिम मान 540 है। कुल वृद्धि = 540–500 = 40, जो (40/500)×100 = 8% है।

संयुक्त गुणक 1.20×0.90 = 1.08 है। जाँच: 500×1.08=540। 20 में से 10 घटाने पर 10% मिलेगा, लेकिन उसमें गलती से दोनों परिवर्तन 500 के प्रतिशत मान लिए गए हैं। समान आधार की प्रतिशत राशियाँ जोड़ सकते हैं; अलग आधारों के क्रमिक प्रतिशत में हर आधार का ध्यान रखना होगा।

दूसरा प्रतिशत नए आधार पर लगता है



500 में 20% वृद्धि से 600; फिर 600 का 10% घटने पर 540। कुल वृद्धि मूल 500 का 8% है।

हल उदाहरण 6 समान विपरीत दरें और मूल राशि की बहाली

320 से शुरू करके 25% बढ़ाएँ, फिर नए मान का 25% घटाएँ।

320×1.25 = 400, फिर 400×0.75 = 300। वृद्धि 80 थी, लेकिन कमी 100 हुई। इसलिए कुल कमी 20, अर्थात (20/320)×100 = 6.25% है। संयुक्त गुणक जाँचें: 1.25×0.75 = 0.9375; इसलिए मूल का 93.75% बचता है।

अब अलग बहाली-प्रश्न लें: 25% कमी के बाद कितने प्रतिशत बढ़ाने से मूल राशि मिलेगी? सुविधाजनक पैमाने के लिए मूल 100 मानें। घटा मान 75 है; आवश्यक वृद्धि 25 है। नए आधार 75 के सापेक्ष दर (25/75)×100 = 33 1/3% होगी।

बहाली का गुणक 100/75 = 4/3 है और 0.75×(4/3)=1। केवल 25% वृद्धि से 75×1.25=93.75 मिलेगा, मूल नहीं। 100 चुनने से तुलना आसान होती है; इन्हीं प्रतिशत परिवर्तनों में हर धन मूल राशि के लिए निष्कर्ष समान है।

6 उलटी तुलना में हर बदलता है

“A, B से r% अधिक है” में B आधार है। “B, A से कितना कम है” पूछने पर A आधार होता है। संख्यात्मक अंतर वही हो सकता है, लेकिन हर अलग है।

हल उदाहरण 7 अधिक और कम की तुलना सममित नहीं है

A, B से 25% अधिक है। B, A से कितने प्रतिशत कम है?

B=100 इकाई चुनें, तो A=125 इकाई होगा। अंतर 25 इकाई है। “B, A से कम” के लिए A से भाग दें: (25/125)×100 = 20%।

जाँच: 125 का 80% = 100। दोनों दिशाओं में 25% मानने से 125 का 75% = 93.75 मिलेगा, 100 नहीं। चुनी हुई इकाइयाँ संबंध का सुविधाजनक पैमाना हैं, वास्तविक राशियों के बारे में अतिरिक्त आँकड़े नहीं।

7 प्रतिशत-अंक दरों का अंतर बताते हैं; सापेक्ष प्रतिशत परिवर्तन बताता है

दो मान पहले से प्रतिशत हों, तो उनकी संख्याओं का अंतर प्रतिशत-अंक में होता है। सापेक्ष प्रतिशत परिवर्तन के लिए इस अंतर को मूल प्रतिशत की संख्या से भाग देकर 100 से गुणा करें, बशर्ते मूल प्रतिशत शून्य न हो।

हल उदाहरण 8 एक ही परिवर्तन के दो अलग वर्णन

एक दी हुई दर 40% से 50% होती है। प्रतिशत-अंक वृद्धि और सापेक्ष प्रतिशत वृद्धि निकालें।

प्रतिशत-अंक वृद्धि = 50−40 = 10 प्रतिशत-अंक। सापेक्ष वृद्धि = ((50−40)/40)×100 = 25%।

दोनों वर्णन सही हैं, लेकिन अलग तुलना बताते हैं। एक ही 100-इकाई आधार पर राशियाँ 40 से 50 होती हैं; अतिरिक्त 10, पुराने 40 का चौथाई है। 10 प्रतिशत-अंक की वृद्धि को सापेक्ष 10% वृद्धि न कहें।

जाँच-बिंदु B

1. 10% कमी के बाद मान 270 है। मूल मान निकालें।

2. एक मान 20% बढ़ता है, फिर नए मान का 5% घटता है। कुल परिवर्तन निकालें।

3. कोई राशि 0 से 7 हो जाए तो क्या सामान्य विधि से प्रतिशत परिवर्तन निकाल सकते हैं?

प्रतिक्रिया: (1) 270÷0.9=300; जाँच: 300×0.9=270। (2) 1.2×0.95=1.14, इसलिए कुल वृद्धि 14% है। (3) नहीं: वास्तविक वृद्धि 7 है, लेकिन शून्य आरंभिक आधार से भाग अपरिभाषित है। गणना के साथ इन लागू होने की शर्तों को भी जाँचें।

8 स्वतंत्र अभ्यास

उत्तरमाला पढ़ने से पहले बारह प्रश्न करें। हर गणना के पास 100% आधार राशि लिखें। ये मौलिक, बिना समय-सीमा के सीखने वाले प्रश्न हैं: सही पर +1, अन्यथा 0; ऋणात्मक अंकन या उत्तीर्ण सीमा नहीं है। ये पूर्ण RRB CBT अनुकरण नहीं हैं।

1. 0.035 को प्रतिशत में लिखें।

   A. 0.35%   B. 3.5%
   C. 35%   D. 350%

---

2. 18.75% को सटीक सरलतम भिन्न में लिखें।

A. 3/8
B. 15/8
C. 3/16
D. 75/16

---

3. 240 का 35% कितना है?

A. 84
B. 35
C. 156
D. 8400

---

4. 54, 216 का कितना प्रतिशत है?

A. 400%
B. 54%
C. 75%
D. 25%

---

5. 63 किस संख्या का 14% है?

A. 8.82
B. 450
C. 882
D. 49

---

6. धन A और B के लिए A:B=4:11 है। A, A+B का सटीक कितना प्रतिशत है?

A. 36 4/11%
B. 73 1/3%
C. 26 2/3%
D. 4%

---

7. एक मान 250 से घटकर 210 होता है। प्रतिशत कमी कितनी है?

A. 16%
B. 19 1/21%
C. 40%
D. 84%

---

8. 20% वृद्धि के बाद एक धन मान 432 है। मूल मान क्या था?

A. 345.6
B. 518.4
C. 412
D. 360

---

9. एक धन राशि पहले 10%, फिर नए मान का 20% बढ़ती है। कुल प्रतिशत वृद्धि कितनी है?

A. 30%
B. 32%
C. 2%
D. 132%

---

10. एक धन राशि 20% घटती है, फिर घटे मान का 20% बढ़ती है। मूल के सापेक्ष कुल परिणाम क्या है?

A. कोई परिवर्तन नहीं
B. 4% वृद्धि
C. 4% कमी
D. 40% कमी

---

11. A, धन B से 40% अधिक है। B, A से सटीक कितने प्रतिशत कम है?

A. 28 4/7%
B. 40%
C. 71 3/7%
D. 60%

---

12. एक दर 30% से 36% होती है। इसी क्रम में प्रतिशत-अंक वृद्धि और सापेक्ष प्रतिशत वृद्धि का सही युग्म कौन-सा है?

A. 6 प्रतिशत-अंक; 6%
B. 20 प्रतिशत-अंक; 6%
C. 6 प्रतिशत-अंक; 120%
D. 6 प्रतिशत-अंक; 20%

---

9 समझाई गई उत्तरमाला

1. **B.** प्रतिशत की संख्या के लिए 100 से गुणा करें: 0.035×100=3.5, इसलिए 0.035=3.5%। जाँच: 3.5÷100=0.035। A में केवल 10, C में 1,000 और D में 10,000 से गुणा हुआ है। वापस बदलते समय प्रतिशत चिह्न का अर्थ 100 से भाग देना है।

2. **C.** 18.75%=18.75/100=1875/10000=3/16, क्योंकि दोनों को 625 से भाग दिया है। जाँच: 3÷16=0.1875। A का मान 37.5% है, वांछित हिस्से का दुगुना। B का मान 1.875=187.5% है, वांछित हिस्से का दस गुना। D में 18.75 को 100 के बजाय 4 से भाग दिया है; 75/16, 1 से बड़ा है और 100% से छोटे इस प्रतिशत को नहीं दर्शा सकता।

3. **A.** 240 का 35%=(35/100)×240=84। मानसिक गणना में 30% का मान 72 और 5% का 12 है; समान आधार के कारण योग 84 है। जाँच: 84/240=0.35। B प्रतिशत की संख्या दोहराता है। C, 240 का शेष 65% है। D में 100 से भाग देना छूटा है।

4. **D.** 216 आधार है। प्रतिशत=(54/216)×100=(1/4)×100=25%। जाँच: 216 का 25%=54। A भिन्न उलटकर 216 को 54 के प्रतिशत में निकालता है। B राशि को प्रतिशत समझता है। C शेष 162/216 का हिस्सा है, पूछा गया 54/216 नहीं।

5. **B.** आधार B मानें। तब 0.14B=63, इसलिए B=63/0.14=450। जाँच: 450×0.14=63। A में 63 का 14% लिया है, यानी उलटा काम। C में प्रतिशत का पैमाना लगाए बिना 63 को 14 से गुणा किया है। D में 14 को साधारण राशि मानकर घटाया है। आधार का 1 से छोटा अंश 63 है, इसलिए आधार 63 से बड़ा होगा।

6. **C.** कुल के 4+11=15 अनुपाती भाग हैं। A उसका 4/15 है, इसलिए प्रतिशत=(4/15)×100=80/3%=26 2/3%। विकल्प A में हर केवल B है: 400/11%=36 4/11%। विकल्प B कुल में B का प्रतिशत है। D में चार अनुपाती भागों को सौ में चार मान लिया है।

7. **A.** कमी=250−210=40। मूल 250 से भाग दें: 40/250×100=16%। जाँच: 250×0.84=210। B में अंतिम 210 आधार लेकर 400/21% मिला है। C राशि 40 को प्रतिशत कहता है। D बचा प्रतिशत 210/250×100 है, कमी नहीं।

8. **D.** अंतिम मान मूल का 120% है, इसलिए मूल=432÷1.2=360। जाँच: 360+72=432। A अंतिम मान का 20% घटाकर गलत आधार लेता है। B अंतिम मान को फिर 20% बढ़ाता है। C केवल संख्या 20 घटाता है। 1.2 से गुणा उलटने के लिए 1.2 से भाग दें।

9. **B.** गुणक 1.10×1.20=1.32 लें। अंतिम राशि मूल की 132% है, इसलिए वृद्धि 32% है। आधार 100 पर क्रम 100→110→132 है। A बदलते आधार के बावजूद दरें जोड़ता है। C साधारण 30% योग से ऊपर के केवल अतिरिक्त 2 प्रतिशत-अंक बताता है, पूरी 32% वृद्धि नहीं। D अंतिम प्रतिशत बताता है, वृद्धि नहीं।

10. **C.** संयुक्त गुणक 0.80×1.20=0.96 है, इसलिए 96% बचता है और कमी 4% है। मूल 100 पर क्रम 100→80→96 है। A समान विपरीत दरों को गलती से काटता है। B परिमाण सही लेकिन दिशा उलटी लेता है। D दरों की संख्याएँ उनके चिह्न या आधार के बिना जोड़ता है।

11. **A.** B=100 और A=140 चुनें। B को A से कम बताने में आधार A है, इसलिए प्रतिशत=(40/140)×100=200/7%=28 4/7%। जाँच: B/A=5/7, इसलिए कमी 2/7 है। विकल्प B पुरानी तुलना का आधार रखता है। C में A के सापेक्ष B का प्रतिशत है, कमी नहीं। D आधार बदले बिना 100 में से 40 घटाता है।

12. **D.** अंक=36−30=6। सापेक्ष वृद्धि=(6/30)×100=20%। जाँच: 30×1.20=36। A प्रतिशत-अंक के अंतर को सापेक्ष परिवर्तन समझता है। B अलग वर्णनों को बदलकर 6 का नाम भी गलत रखता है। C नई दर को पुरानी की 120% बताता है, जबकि वृद्धि 20% है।

10 स्रोत और सीमा

RRB CEN 09/2025 के §14.1, मुद्रित पृ.28 में प्रतिशत विषय है। यह पाठ उसी को विस्तार से सिखाता है; परीक्षा में प्रश्नों की आवृत्ति का अनुमान नहीं देता। अवधारणा-संदर्भ: NCERT गणित प्रकाश, कक्षा 8 भाग II, अध्याय 1, §§1.1-1.3, मुद्रित पृ.1-16 और पृ.26 का क्रमिक प्रतिशत उदाहरण; NIOS माध्यमिक गणित 211, अध्याय 8, §§8.1-8.4, मुद्रित पृ.204-212। हिंदी शब्दावली-जाँच: NIOS हिंदी अध्याय 8, §§8.1-8.4, मुद्रित पृ.212-221। प्रतिशत-अंक की तुलना हमारा संक्षिप्त अनुप्रयोग-विस्तार है; इसे अलग नामित RRB विषय या पुस्तक से लिया प्रश्न नहीं बताया गया है। पूरा शिक्षण, संख्यात्मक उदाहरण और प्रश्न मौलिक हैं। ब्याज का सूत्र, वर्तमान कर-दर या स्रोत की स्कैन प्रति शामिल नहीं है।

उपमा

100 बराबर हिस्सों में बाँटी माप-पट्टी सोचें और उसकी पूरी लंबाई पर “आधार” लिखें। आधार 240 cm हो तो हर 1% हिस्सा 2.4 cm है; आधार 500 cm हो तो हर 1% हिस्सा 5 cm है। इससे समझ आता है कि समान प्रतिशत अलग राशियाँ बता सकता है। परिवर्तन के बाद नई लंबाई का प्रतिशत लेने के लिए नई लंबाई को 100% लिखी हुई पट्टी चाहिए।

सीमा: यह निरूपण है; हर वस्तु को वास्तव में 100 टुकड़ों में काट सकने का दावा नहीं। तुलना पट्टी से आगे भी जा सकती है, जैसे आधार का 150%। प्रतिशत-अंक प्रतिशत रूप में लिखे दो दर-मानों का अंतर बताते हैं; केवल उनसे संबंधित वास्तविक राशियाँ नहीं मिलतीं।

त्वरित संदर्भ

- p% = p/100; 100% को दर्शाने वाली राशि का नाम लिखें
- भाग=(p/100)×आधार
- धन आधार पर p=(भाग/आधार)×100
- p>0 पर आधार=भाग÷(p/100)
- A:B=a:b हो तो कुल A+B में A का प्रतिशत a/(a+b)×100 है
- सापेक्ष परिवर्तन=(अंतिम−मूल)/मूल×100, मूल>0
- r% वृद्धि: गुणक 1+r/100; d% कमी: गुणक 1−d/100
- परिवर्तन उलटने के लिए उसके अशून्य गुणक से भाग दें
- क्रमिक परिवर्तन: चरणों के बताए गुणक गुणा करें, फिर 1 से तुलना करें
- समान विपरीत प्रतिशत परिवर्तन सामान्यतः एक-दूसरे को नहीं काटते
- उलटी अधिक/कम तुलना में हर को बताए संदर्भ के अनुसार बदलें
- प्रतिशत-अंक=नई दर−पुरानी दर; सापेक्ष दर परिवर्तन=(नई−पुरानी)/पुरानी×100, पुरानी≠0
- शून्य मूल पर सामान्य प्रतिशत परिवर्तन अपरिभाषित; 100% कमी के बाद मूल निश्चित नहीं मिलता
- आवर्ती परिणाम सटीक रखें या सन्निकटन बताएँ; समान आधार के हिस्से जोड़ सकते हैं