

Work Units Combined Rates and Efficiency

कार्य की इकाइयाँ संयुक्त दर और कार्य दक्षता

Lesson 1 of 3 | Time Work and Tank Flow

समय कार्य और टंकी में प्रवाह | निःशुल्क द्विभाषी अध्ययन सामग्री

Choose English or Hindi. Read the full explanations, try the pauses and questions yourself, then check the reasoning and quick reference.

अंग्रेज़ी या हिंदी चुनें। पूरी व्याख्या पढ़ें, रुककर दिए गए काम और प्रश्न स्वयं करें, फिर तर्क और त्वरित संदर्भ जाँचें।

[English lesson and practice](#)

[English analogy](#) · [Quick reference](#)

[हिंदी पाठ और अभ्यास](#)

[उपमा](#) · [त्वरित संदर्भ](#)

Free original learning practice. Untimed, with no negative marking or pass cutoff. The separate review uses all three lessons; it introduces no new method.

निःशुल्क मौलिक अध्ययन अभ्यास। समय-सीमा, ऋणात्मक अंकन और उत्तीर्ण अंक-शर्त नहीं है। अलग मिश्रित अभ्यास में तीनों पाठों का उपयोग है; कोई नई विधि नहीं जोड़ी गई है।

Work Units Combined Rates and Efficiency

What you will learn

A completion time tells you how long a whole job takes. A work rate tells you how much gets done in one unit of active time. The difference matters: when two people work together, their contributions add, but their solo completion times do not.

By the end you will be able to name the whole job and rate units, calculate a rate from partial work, combine constant independent rates, recover a missing contributor, and compare efficiency with the time needed for the same job. You will also check whether the supplied information permits the claimed answer.

This lesson retrieves exact fractions, equivalent ratios and inverse proportion from Numbers and Ratios. "Efficiency" here means completed work per unit active time. It does not mean work quality, physical effort, personal worth or energy efficiency. Changing teams and tank flow come in the next two lessons.

1 Retrieve the tools

Try these before the feedback. They are unscored revision prompts, not an entrance test.

1. Find $1/12 + 1/18$.
2. Calculate $(3/4) \div (5/36)$.
3. Change 0.4 hour into minutes.
4. For the same fixed job, six equal-rate workers need 10 active hours. Under unchanged independent rates, why do twelve such workers need 5 hours?

Feedback:

1. Use equal-sized parts: $1/12 + 1/18 = 3/36 + 2/36 = 5/36$.
2. Divide by a fraction by multiplying by its reciprocal: $(3/4) \times (36/5) = 27/5$.
3. One hour is 60 minutes, so $0.4 \times 60 = 24$ minutes. Decimal digits after the point are fractions of an hour, not a minute reading.
4. The required work represents $6 \times 10 = 60$ worker-hours at the stated equal hourly productivity. Twelve workers deliver 12 worker-hours each hour, so $60/12 = 5$ hours. Headcount alone would not justify this if the workers' rates differed or they obstructed one another.

For fraction errors, revisit Fractions Decimals and Exact Calculation. For the fourth explanation, revisit Direct and Inverse Proportion. We will keep units beside our arithmetic here.

2 Fix the whole before finding a rate

Choose one complete, unchanged job as **1 job**. Half that job is $1/2$ job. This is a measurement choice: one job could mean packing a stated batch, painting a stated wall or completing a stated task. We can add fractions only when they refer to the same whole.

A constant rate means equal amounts are completed in equal active time intervals. If 2 hours produce twice the work of 1 hour, then dividing completed work by active time gives the amount completed in one hour:

work rate = completed amount ÷ active time

Multiplying that per-hour amount by the number of active hours gives the work done. Thus work = rate × active time; dividing the required work by a positive rate gives the required time. These relationships describe the same model in different directions.

The model needs conditions. In this lesson, a fixed job can be divided between workers. Each keeps a constant rate. Contributions are independent and are counted once. There is no setup delay, pause, coordination loss or obstruction unless a question explicitly states one. These are arithmetic assumptions, not promises about every real workplace. When a question deliberately leaves a condition unknown, do not silently supply it.

Worked case 1 From partial work to a rate

A worker completes $\frac{3}{8}$ of one fixed job in 3 active hours at a constant rate. Find the rate, the whole-job time from the start, and the additional time still needed.

The 3 hours correspond to $\frac{3}{8}$ job, not to a whole job. Rate = $(\frac{3}{8}) \div 3 = \frac{1}{8}$ job per hour. At this rate, a whole job takes $1 \div (\frac{1}{8}) = 8$ hours.

Panel 1 One job divided into eight equal work parts

Equal work part	1	2	3	4	5	6	7	8
Status after 3 hours	Done	Done	Done	Left	Left	Left	Left	Left
Size of each part	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

The panel shows $\frac{3}{8}$ completed and $\frac{5}{8}$ left. It is a work bar, not a picture of eight unequal physical jobs. At $\frac{1}{8}$ job per hour, the remaining $\frac{5}{8}$ needs $(\frac{5}{8}) \div (\frac{1}{8}) = 5$ more hours. Total elapsed time is $3 + 5 = 8$ hours.

Check by rebuilding the amounts: $3 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$ and $8 \times \frac{1}{8} = 1$. Using $\frac{1}{3}$ job per hour would wrongly treat the first three hours as a whole-job time.

The same job could be renamed 80 equal work units. The worker would then complete 10 units per hour. The rate's number changes, but the job still takes $80/10 = 8$ hours. Choosing units cannot change the answer.

Pause and explain

1. At $\frac{1}{6}$ job per hour, how much is done in 2 hours? How long for the remaining part?
2. If the worker's rate changes after those 2 hours, can the old rate alone determine the additional time?

Feedback: $2 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$ is done; $\frac{2}{3}$ remains. At the unchanged rate, $(\frac{2}{3})/(\frac{1}{6}) = 4$ more hours. If the future rate changes without being specified, that four-hour prediction is not justified. An observed average for one interval does not determine a different interval.

3 Add the work done during the same interval

Imagine asking each worker, “How much of this same job will you contribute during the next hour?” Those amounts can be added if both are active and independent. A solo completion time is not an amount of work, so adding or averaging solo times does not answer that question.

Worked case 2 Two workers and two equivalent representations

A alone needs 12 hours and B alone needs 18 hours for the same divisible job. They start together and retain their own constant independent rates until the job is complete.

Panel 2 One simultaneous hour

Contributor	Rate in jobs per hour	Rate if one job is 36 equal units
A	$1/12 = 3/36$	3 units per hour
B	$1/18 = 2/36$	2 units per hour
A and B together	$5/36$	5 units per hour

In one hour they jointly complete $5/36$ job. Required time = $1 \div (5/36) = 36/5$ hours. The right-hand column gives the same result: $36 \text{ units} \div 5 \text{ units per hour} = 36/5$ hours. We chose 36 because it is a convenient common multiple of 12 and 18. Another common multiple would also work; it would simply relabel the equal work units.

Convert exactly: $36/5 = 7 + 1/5$ hours. The remaining fifth of an hour is $(1/5) \times 60 = 12$ minutes. So the answer is **7 hours 12 minutes**. It is not 7 hours 20 minutes.

Check each contribution over that same elapsed time:

- A does $(1/12) \times (36/5) = 3/5$ of the job
- B does $(1/18) \times (36/5) = 2/5$ of the job
- The contributions add to 1

With both positive independent rates active throughout, the joint time must be less than either solo time. Here $36/5$ is below both 12 and 18. The average, 15 hours, fails that check. This bound must not be carried into a later problem where someone stops early.

Pause before using a shortcut Suppose the same two workers start together with only half of this job left. Fill in:

- Required amount = job
- Combined rate = job per hour
- Required time = hours

Feedback: the amount is $1/2$, the rate remains $5/36$, and time = $(1/2)/(5/36) = 18/5$ hours = 3 hours 36 minutes. Half the amount at the same rate needs half the time. A full-job shortcut applied without adjustment would overcount the work.

For positive solo times a and b on the same whole job, the above reasoning gives $t = 1 \div (1/a + 1/b) = ab/(a + b)$. This is a derived compact form, not a replacement for reading the conditions. It applies when both work throughout at unchanged additive rates; it must be adjusted for a partial job. The rate method also makes the units and contributions visible.

Mathematical basis: [NCERT Ganita Prakash Grade 8 Part II, Chapter 3 §3.6, printed pp.66-67](#) develops whole-job units and combined unequal-worker rates. Our tables, cases and explanations are original.

4 A missing worker is a missing contribution

If the joint contribution and one person's contribution are known for the same hour, subtract to find the other. Subtracting their completion times has no such meaning.

Worked case 3 Recover B and test the assumptions

A and B together complete one fixed job in 6 hours. A alone takes 10 hours. Both contribute at positive, constant, independent rates. Find B's solo time.

Joint rate = $1/6$ job per hour. A's rate = $1/10$. Therefore B's rate = $1/6 - 1/10 = 5/30 - 3/30 = 2/30 = 1/15$ job per hour. B alone needs $1 \div (1/15) = \mathbf{15 \text{ hours}}$.

Check: $1/10 + 1/15 = 3/30 + 2/30 = 1/6$. Both together are faster than either alone: 6 is below 10 and 15. The subtraction $10 - 6 = 4$ does not find B's rate or solo time.

Now test a separate claim: A still takes 10 hours alone, but the pair supposedly takes 12 hours under the same positive independent-rate assumptions. The inferred B rate would be $1/12 - 1/10 = -1/60$ job per hour. That contradicts the stated positive contribution. It is **inconsistent information under this model**, not a worker who completes the job in negative time.

If pair time and A's time were both exactly 10 hours, the inferred B rate would be zero. A zero rate makes no progress, so it has no finite solo completion time for a nonzero job. It also contradicts the statement that B's rate is positive. Never divide by zero to invent a time.

Pause and classify A takes 9 hours alone. A and B together are said to take 5 hours. Does the inferred B rate have the required sign? What if the claimed joint time were 11 hours?

Feedback: $1/5 - 1/9 = 4/45$, positive; B's solo time would be $45/4$ hours. But $1/11 - 1/9 = -2/99$ is negative, so the second claim fails the positive-contributor model. Here all needed numbers are present; the problem is contradiction, not missing information.

5 Efficiency compares rates for the same work

For the same fixed work W , rate $\times$ solo time = W . If a rate is multiplied by a positive factor, the time is divided by that factor. This is the inverse relationship already studied in Ratios.

Worked case 4 Compare rates and solo times

For the same job, A's work rate is to B's as 3:2. B alone needs 15 hours. Find A's solo time and their joint time under unchanged independent rates.

B's rate is $1/15$ job per hour. A's is $(3/2) \times (1/15) = 1/10$ job per hour, so A alone needs **10 hours**. Joint rate = $1/10 + 1/15 = 1/6$, giving **6 hours** together.

Panel 3 Equal work connects opposite ratios

Comparison, always A to B	A	B	A:B
Rate	$1/10$ job per hour	$1/15$ job per hour	3:2
Solo time for one job	10 hours	15 hours	2:3
Work done in the same 2 hours	$1/5$ job	$2/15$ job	3:2

The rate and equal-time output ratios agree. The same-job time ratio is reversed. The products $(1/10) \times 10$ and $(1/15) \times 15$ both equal one job.

A percentage comparison with an explicit base In a separate job comparison, B takes 12 hours and A's rate is 25% greater than B's. "Greater" is measured against B's rate. A's rate factor is $1 + 25/100 = 5/4$, so A's time factor is its reciprocal, $4/5$. A's time = $12 \times 4/5 = 48/5$ hours = **9 hours 36 minutes**.

The time has fallen by $1 - 4/5 = 1/5$, or 20%. A 25% higher rate does not mean 25% less time. Check: rate factor $\times$ time factor = $(5/4) \times (4/5) = 1$, preserving the work. If "25% more efficient" is used, its intended meaning as work per unit time must be stated.

Pause and explain the reference

1. A has twice B's rate. B takes 14 hours for the same job. What is A's solo time?
2. Can the ratio A:B = 3:2 in rates, by itself, determine A's absolute solo time?
3. A processes 60 labels in 12 minutes; B processes 90 labels in 15 minutes. At constant rates, which processes more labels per minute?

Feedback:

1. Seven hours: double rate means half the time for the same work.
2. No. Rates $1/10$ and $1/15$ give solo times 10 and 15 hours; rates $1/20$ and $1/30$ still have ratio 3:2 but give 20 and 30 hours. A scale, such as one actual rate or solo time, is needed.
3. A's rate is $60/12 = 5$ labels per minute; B's is $90/15 = 6$. B has the higher rate despite the larger listed duration, because the amounts differ. Compare raw completion times only for the same amount of work under the relevant conditions.

6 A solving routine that keeps the meaning

1. Name the unchanged whole and the required amount
2. Put every time in one unit and identify the active interval
3. Find each rate as amount per unit active time
4. Add simultaneous independent rates, or subtract a known contribution from a known total
5. Divide the required amount by the valid positive rate
6. Check units, sign, size and the sum of contributions

The next lesson changes who is active over time. Do not assume today's all-start, all-finish conditions when the schedule says otherwise.

Independent practice

Try every item before reading the key. These are untimed learning checks: one mark for a correct answer, zero otherwise, no negative marking and no pass cutoff. These local settings do not describe the RRB exam's marking rules.

1. At a constant rate, a worker completes $\frac{5}{12}$ of one fixed job in 2.5 active hours. Which pair correctly gives the rate and the additional time for the remaining work at that same rate?

- A. $\frac{1}{6}$ job per hour; 3 h 30 min
- B. $\frac{2}{5}$ job per hour; 3 h 30 min
- C. $\frac{1}{6}$ job per hour; 6 h
- D. $\frac{1}{6}$ job per hour; 3 h 5 min

2. A alone finishes a divisible job in 8 h and B alone in 12 h. Both start together and continue at unchanged independent constant rates with no delay until completion. How long do they take?

- A. 10 h
- B. 4 h 8 min
- C. 4 h 48 min
- D. 20 h

3. A needs 15 h and B 12 h alone for the same fixed job. They work together throughout at unchanged independent constant rates. Rename that whole job as 60 equal work units. Which row gives A's units per hour, B's units per hour, and joint time?

- A. 15; 12; 20/9 h
- B. 4; 5; 20/3 h
- C. $\frac{1}{15}$; $\frac{1}{12}$; 20/3 h
- D. 4; 5; 9 h

4. A and B together complete a fixed job in 4 h. A alone needs 6 h. Their constant positive rates are independent and add. What is B's solo completion time?

- A. 2 h
- B. 10 h
- C. $\frac{1}{12}$ h
- D. 12 h

5. A alone takes 6 h for a job. A report claims A and B together need 7 h while both work throughout at positive, unchanged independent rates. Which conclusion follows?

- A. B alone must take 42 h
- B. The report contradicts the stated rate model
- C. B alone must take 13 h
- D. B alone must take 1 h

6. For the same job, A:B work rates are 5:3. B alone takes 20 h at its constant rate. How long does A take alone?

- A. $100/3$ h
- B. 18 h
- C. 12 h
- D. 8 h

7. A completes 20% more work per active hour than B. B needs 15 h for the same job. Both solo rates stay constant. Find A's solo time.

- A. 12 h 30 min
- B. 12 h
- C. 18 h
- D. 15 h 20 min

8. A:B constant work rates for the same fixed job are 7:4. No actual rate or solo time is supplied. What can be concluded about A's solo time?

- A. It must be 4 h
- B. It must be 7 h
- C. It must be $11/2$ h
- D. It cannot be uniquely determined

Answer key and explanations

1. A; 2. C; 3. B; 4. D; 5. B; 6. C; 7. A; 8. D

1. A is correct. Convert 2.5 h to $5/2$ h. Rate = $(5/12)/(5/2) = 1/6$ job per hour. Remaining work = $7/12$, so additional time = $(7/12)/(1/6) = 7/2$ h = 3 h 30 min. Check: $5/12 + (1/6)(7/2) = 1$. B uses $1/2.5 = 2/5$ as though 2.5 h completed the whole job. C gives the full-job time 6 h rather than the additional time. D misreads the half hour as 5 minutes; it is 30 minutes.

2. C is correct. Rate = $1/8 + 1/12 = 5/24$ job per hour. Time = $24/5$ h = 4.8 h = 4 h 48 min. Contributions are $(24/5)/8 = 3/5$ and $(24/5)/12 = 2/5$, summing to one. A averages 8 and 12; D adds them. Neither is a sum of work contributions and both fail the faster-than-either-solo check. B treats 0.8 h as 8 minutes, but $0.8 \times 60 = 48$ minutes.

3. B is correct. A completes $60/15 = 4$ chosen units per hour and B completes $60/12 = 5$. Together they complete 9 units per hour, so $60/9 = 20/3$ h, or 6 h 40 min. Check: $9 \times 20/3 = 60$. A mistakes solo times for unit rates and divides by their sum. C gives rates in whole jobs per hour where the question asks for the chosen units per hour; its time alone is correct, so the whole row is not. D treats the numerical joint rate 9 as a time instead of dividing required work by it.

4. D is correct. B rate = $1/4 - 1/6 = 1/12$ job per hour, so B time = 12 h. Check: $1/6 + 1/12 = 1/4$. A subtracts completion times $6 - 4$; B adds them. Neither operation finds a missing hourly contribution. C labels the numerical rate $1/12$ as hours instead of taking its reciprocal for a whole job.

5. B is correct. The inferred B rate is $1/7 - 1/6 = -1/42$ job per hour, not a positive rate. The pair also cannot be slower than A alone when both add positive work throughout. A drops the negative sign and reports 42 h, but that would give joint time $21/4$ h, not 7 h. C adds $6 + 7$ without a rate interpretation. D subtracts $7 - 6$; a one-hour B would make the pair much faster, with joint time $6/7$ h. These are inconsistent data under the stated model, not evidence of a negative real completion time.

6. C is correct. A is $5/3$ as fast, so its same-job time is $3/5$ of B's: $20 \times 3/5 = 12$ h. Equivalently, A rate = $(5/3)(1/20) = 1/12$. The time ratio 12:20 is 3:5, the reverse of 5:3. A uses the rate factor directly on time and makes the faster worker take longer. B subtracts the ratio-term difference $5 - 3$ from 20, which has no unit or proportional basis. D uses the difference $20 - 12 = 8$ as the requested time; 8 h would imply rate ratio $20:8 = 5:2$, not 5:3.

7. A is correct. Use B's rate as the percentage base: A rate factor = $1.20 = 6/5$. Time factor = $5/6$, so A time = $15 \times 5/6 = 25/2$ h = 12 h 30 min. Check: $(6/5)(5/6) = 1$. B reduces time directly by 20%, incorrectly using the same percentage change for an inverse relationship. C increases time by 20%, reversing the direction. D treats the rate percentage as 20 minutes to add, mixing a percentage with a duration.

8. D is correct. Rates $1/4$ and $1/7$ job per hour have ratio 7:4 and give A time 4 h. Halving both rates to $1/8$ and $1/14$ preserves 7:4 but gives A time 8 h. Both satisfy the supplied information, so a scale is missing. A names one possible time as necessary. B treats the first rate-ratio term as a number of hours. C averages the two ratio terms, which neither gives an actual rate scale nor a justified duration. The valid relative conclusion is solo-time ratio A:B = 4:7.

Let the error choose the revision

- Item 1: revisit the whole, partial amount and additional time in case 1
- Items 2-3: revisit the rate/unit columns and contribution check in case 2
- Items 4-5: revisit missing-rate subtraction and the positive-rate conditions in case 3
- Items 6-8: revisit inverse time factors, the percentage base and missing scale in case 4

After revisiting, solve the relevant item without its key and explain why all three alternatives fail.

Sources and lesson boundary

[RRB CEN 09/2025, §14.1, printed p.28](#) names Time and Work in Mathematics. This supplies topic scope, not a prediction of question frequency. The official list is illustrative and not necessarily exhaustive; later amendments have not all been audited here.

[NCERT Ganita Prakash Grade 8 Part II, Chapter 3 §3.6, printed pp.63-68](#) supports fixed-work proportional reasoning and combined rates. Its [official preliminary pages, PDF p.2](#) identify First Edition December 2025. Missing-rate subtraction, feasibility checks and the percentage-efficiency comparison here are our explained extensions, not named official exam variants. All prose, panels, worked cases and practice are original.

This lesson covers constant independent work rates. Joining/leaving schedules, workday changes and signed tank flows are taught next. Wage division, alternating attendance cycles, staffing-rounding rules and physical variable-flow laws are outside this lesson.

Analogy and its limits

Imagine a fixed batch of plain labels moving into a finished tray. One worker finishes three equal bundles each hour; another finishes two. If they work independently during the same hour, five bundles enter the tray. The tray's target amount is unchanged, so a larger hourly contribution reaches it sooner.

This analogy shows why we add output per hour, not solo completion times. Renaming each bundle as two smaller equal bundles doubles the numerical rates and target together, leaving the completion time unchanged.

Its limit matters: real labels may be indivisible, workers may share a tool, and setup or checking may consume time. Our continuous divisible-work model does not automatically cover those details. State constant rates and independent contributions rather than treating a real process as perfectly additive without evidence.

Quick reference

- Fix the same whole job and a common time unit before comparing or adding rates
- Rate = completed work / active time; work = rate $\times$ active time on a constant-rate interval
- Time for a required amount = required work / positive rate
- If a whole job takes t time units, rate = $1/t$ jobs per time unit; a partial-job time is not a whole-job time
- For simultaneous independent workers throughout: combined rate = sum of individual rates. For two positive solo times a, b on one whole job, $t = ab/(a+b)$ follows from that sum
- Any common work-unit scale is valid if both the total and every rate use it consistently
- Missing contribution = joint rate – known rate. A negative or zero result is incompatible with a stated positive contributor; zero rate has no finite completion time for a nonzero job
- Same-job rates $a:b$ imply solo-time ratio $b:a$. An increase by rate factor f gives time factor $1/f$
- A ratio alone gives relative sizes, not an absolute time without a rate/time scale
- Fractional hours convert by multiplying the fractional part by 60; keep exact fractions until that step
- Check units, sign and contributions. “Together is faster than either alone” needs both positive independent workers active throughout

कार्य की इकाइयाँ संयुक्त दर और कार्य दक्षता

आप क्या सीखेंगे

पूरा करने का समय बताता है कि पूरे कार्य में कितना समय लगता है। कार्य-दर बताती है कि वास्तविक कार्य-समय की एक इकाई में कितना कार्य होता है। दोनों में अंतर आवश्यक है: दो लोग साथ काम करें तो उनका किया कार्य जुड़ता है, उनके अकेले पूरा करने के समय नहीं।

इस पाठ के अंत तक आप पूरा कार्य और दर की इकाइयाँ स्पष्ट कर सकेंगे, आंशिक कार्य से दर निकाल सकेंगे, स्थिर स्वतंत्र दरें जोड़ सकेंगे, किसी एक कर्मी का अज्ञात योगदान निकाल सकेंगे और एक ही कार्य के लिए कार्य-दक्षता तथा समय की तुलना कर सकेंगे। आप यह भी जाँचेंगे कि दी गई जानकारी से बताया गया उत्तर निकल सकता है या नहीं।

इस पाठ में संख्याओं और अनुपात वाले पाठों की सटीक भिन्न, तुल्य अनुपात और व्युत्क्रम समानुपात काम आएँगे। यहाँ “कार्य-दक्षता” का अर्थ प्रति इकाई वास्तविक कार्य-समय में पूरा किया गया कार्य है। इसका अर्थ काम की गुणवत्ता, शारीरिक मेहनत, व्यक्ति का मूल्य या ऊर्जा-दक्षता नहीं है। बदलती टीम और टंकी में प्रवाह अगले दो पाठों में आएँगे।

1 पहले के साधन याद करें

प्रतिक्रिया देखने से पहले हल करें। ये बिना अंक वाले दोहराव के प्रश्न हैं, प्रवेश-परीक्षा नहीं।

1. $1/12 + 1/18$ निकालें।
2. $(3/4) \div (5/36)$ निकालें।
3. 0.4 घंटे को मिनट में बदलें।
4. एक ही निश्चित कार्य में समान दर वाले छह कर्मी 10 कार्य-घंटे लेते हैं। अपरिवर्तित स्वतंत्र दरों पर बारह ऐसे कर्मी 5 घंटे क्यों लेंगे?

प्रतिक्रिया:

1. समान आकार के भाग लें: $1/12 + 1/18 = 3/36 + 2/36 = 5/36$ ।
2. भिन्न से भाग देने के लिए उसके व्युत्क्रम से गुणा करें: $(3/4) \times (36/5) = 27/5$ ।
3. एक घंटे में 60 मिनट हैं, इसलिए $0.4 \times 60 = 24$ मिनट। दशमलव के बाद के अंक घंटे का भिन्नात्मक भाग बताते हैं, सीधे मिनटों की संख्या नहीं।
4. दी गई समान प्रति-घंटा उत्पादकता पर कार्य के लिए $6 \times 10 = 60$ कर्मी-घंटे चाहिए। बारह कर्मी एक घंटे में 12 कर्मी-घंटों का योगदान देते हैं, इसलिए $60/12 = 5$ घंटे। दरें अलग हों या कर्मी एक-दूसरे के काम में बाधा डालें तो केवल संख्या से यह निष्कर्ष नहीं निकलेगा।

भिन्नों में कठिनाई हो तो भिन्न दशमलव और सटीक गणना दोहराएँ। चौथी व्याख्या में कठिनाई हो तो प्रत्यक्ष और व्युत्क्रम समानुपात पर लौटें। यहाँ गणना के साथ इकाइयाँ भी लिखेंगे।

2 दर निकालने से पहले पूरा कार्य तय करें

एक पूरे, अपरिवर्तित कार्य को **1 कार्य** मानें। उसका आधा भाग $1/2$ कार्य है। यह मापने का चुनाव है: एक कार्य का अर्थ तय खेप पैक करना, तय दीवार रंगना या कोई निश्चित काम पूरा करना हो सकता है। भिन्न तभी जोड़ें जब वे उसी पूरे कार्य के भाग हों।

स्थिर दर का अर्थ है कि वास्तविक कार्य-समय के समान अंतरालों में समान मात्रा में काम होता है। यदि 2 घंटे में 1 घंटे से दुगुना कार्य हो, तो किए कार्य को कार्य-समय से भाग देने पर एक घंटे का कार्य मिलता है:

कार्य-दर = पूरा किया गया कार्य ÷ वास्तविक कार्य-समय

प्रति घंटे के इस कार्य को कार्य-घंटों की संख्या से गुणा करने पर किया गया कार्य मिलता है। इसलिए कार्य = दर × वास्तविक कार्य-समय; आवश्यक कार्य को धन दर से भाग देने पर आवश्यक समय मिलता है। ये एक ही मॉडल को अलग दिशाओं से बताते हैं।

मॉडल की शर्तें हैं। इस पाठ में निश्चित कार्य कर्मियों के बीच बाँटा जा सकता है। हर कर्मी की दर स्थिर है। योगदान स्वतंत्र हैं और हर योगदान एक बार गिना जाता है। जब तक प्रश्न अलग से न कहे, तैयारी, विराम, तालमेल या बाधा में अतिरिक्त समय नहीं लगता। ये गणितीय धारणाएँ हैं, हर वास्तविक कार्यस्थल के बारे में वादा नहीं। कोई प्रश्न जानबूझकर कोई शर्त अज्ञात छोड़े तो उसे अपनी ओर से न मानें।

हल उदाहरण 1 आंशिक कार्य से दर निकालें

एक कर्मी स्थिर दर से 3 कार्य-घंटों में एक निश्चित कार्य का $3/8$ भाग पूरा करता है। कार्य-दर, शुरू से पूरा कार्य करने का समय और शेष कार्य के लिए अतिरिक्त समय निकालें।

दिए गए 3 घंटे, $3/8$ कार्य के लिए हैं, पूरे कार्य के लिए नहीं। दर = $(3/8) \div 3 = 1/8$ कार्य प्रति घंटा। इस दर से पूरा कार्य करने में $1 \div (1/8) = 8$ घंटे लगते हैं।

पैनल 1 एक कार्य के आठ बराबर भाग

कार्य का बराबर भाग	1	2	3	4	5	6	7	8
3 घंटे बाद स्थिति	पूरा	पूरा	पूरा	शेष	शेष	शेष	शेष	शेष
हर भाग का आकार	$1/8$	$1/8$	$1/8$	$1/8$	$1/8$	$1/8$	$1/8$	$1/8$

पैनल में $3/8$ पूरा और $5/8$ शेष है। यह कार्य की पट्टी है, आठ अलग आकार के वास्तविक कामों का चित्र नहीं। $1/8$ कार्य प्रति घंटे की दर से शेष $5/8$ भाग को $(5/8) \div (1/8) = 5$ और घंटे चाहिए। कुल बीता समय $3 + 5 = 8$ घंटे है।

मात्राएँ फिर बनाकर जाँचें: $3 \times 1/8 = 3/8$ और $8 \times 1/8 = 1$ । दर $1/8$ कार्य प्रति घंटा लेने का अर्थ पहले तीन घंटों को पूरे कार्य का समय मान लेना होगा।

इसी कार्य को 80 बराबर कार्य-इकाइयों का नाम दे सकते हैं। तब कर्मी प्रति घंटे 10 इकाइयाँ पूरा करेगा। दर का संख्यात्मक मान बदलता है, लेकिन समय $80/10 = 8$ घंटे ही रहता है। इकाई चुनने से उत्तर नहीं बदल सकता।

रुके और समझाएँ

- $1/6$ कार्य प्रति घंटे की दर से 2 घंटे में कितना कार्य होगा? शेष भाग में कितना समय लगेगा?
- उन 2 घंटों के बाद दर बदल जाए तो क्या केवल पुरानी दर से अतिरिक्त समय निकाल सकते हैं?

प्रतिक्रिया: $2 \times 1/6 = 1/3$ कार्य पूरा और $2/3$ शेष है। अपरिवर्तित दर पर $(2/3)/(1/6) = 4$ और घंटे लगेंगे। लेकिन आगे की दर बदलती हो और नई दर न दी गई हो तो चार घंटे का अनुमान उचित नहीं। एक अंतराल की औसत दर दूसरे अंतराल को निर्धारित नहीं करती।

3 उसी समयांतराल में किए कार्य जोड़ें

हर कर्मी से पूछने की कल्पना करें, “अगले एक घंटे में इसी कार्य का कितना भाग करोगे?” दोनों सक्रिय हों और स्वतंत्र योगदान दें तो वे मात्राएँ जोड़ सकते हैं। अकेले कार्य पूरा करने का समय, कार्य की मात्रा नहीं है; इसलिए उन समयों को जोड़ना या उनका औसत लेना इस प्रश्न का उत्तर नहीं देता।

हल उदाहरण 2 दो कर्मी और दो तुल्य निरूपण

एक ही बाँटे जा सकने वाले कार्य को A अकेले 12 घंटे और B अकेले 18 घंटे में पूरा करता है। दोनों साथ शुरू करते हैं और अंत तक अपनी-अपनी स्थिर स्वतंत्र दर से काम करते हैं।

पैनल 2 साथ काम करने का एक घंटा

योगदान देने वाला	प्रति घंटे कार्य की दर	यदि 1 कार्य में 36 बराबर इकाइयाँ हों
A	$1/12 = 3/36$	3 इकाइयाँ प्रति घंटा
B	$1/18 = 2/36$	2 इकाइयाँ प्रति घंटा
A और B साथ	$5/36$	5 इकाइयाँ प्रति घंटा

एक घंटे में दोनों मिलकर $5/36$ कार्य करते हैं। आवश्यक समय $= 1 \div (5/36) = 36/5$ घंटे। दाएँ स्तंभ से भी यही उत्तर है: $36 \text{ इकाइयाँ} \div 5 \text{ इकाइयाँ प्रति घंटा} = 36/5$ घंटे। हमने 36 इसलिए चुना क्योंकि यह 12 और 18 का सुविधाजनक समापवर्त्य है। कोई दूसरा समापवर्त्य भी काम करेगा; वह बराबर कार्य-इकाइयों का नाम बदल देगा।

सटीक रूपांतरण करें: $36/5 = 7 + 1/5$ घंटे। घंटे का पाँचवाँ भाग $(1/5) \times 60 = 12$ मिनट है। इसलिए उत्तर **7 घंटे 12 मिनट** है, 7 घंटे 20 मिनट नहीं।

उसी कुल समय में दोनों के योगदान जाँचें:

- A का कार्य $= (1/12) \times (36/5) = 3/5$
- B का कार्य $= (1/18) \times (36/5) = 2/5$
- दोनों का योग 1 कार्य है

जब दोनों धन स्वतंत्र दरों से पूरे समय काम करें, संयुक्त समय दोनों के अकेले लिए समय से कम होना चाहिए। यहाँ $36/5$, 12 और 18 दोनों से कम है। समयों का औसत 15 घंटे इस जाँच में गलत है। आगे किसी प्रश्न में कोई कर्मी पहले चला जाए तो यह सीमा बिना शर्त लागू न करें।

छोटा सूत्र लगाने से पहले रुकें इन्हीं दोनों कर्मियों के साथ शुरू करने पर केवल आधा कार्य शेष हो। रिक्त स्थान भरें:

- आवश्यक मात्रा $= \square$ कार्य
- संयुक्त दर $= \square$ कार्य प्रति घंटा
- आवश्यक समय $= \square$ घंटे

प्रतिक्रिया: मात्रा $1/2$ है, दर $5/36$ ही है, और समय $= (1/2)/(5/36) = 18/5$ घंटे $= 3$ घंटे 36 मिनट। उसी दर पर आधे कार्य में आधा समय लगता है। पूरे कार्य का सूत्र बिना बदलाव लगाने से कार्य अधिक गिना जाएगा।

एक ही पूरे कार्य के धन अकेले समय a और b हों तो ऊपर के तर्क से $t = 1 \div (1/a + 1/b) = ab/(a + b)$ मिलता है। यह समझाकर निकाला गया संक्षिप्त रूप है, शर्तें पढ़ने का विकल्प नहीं। यह तब लागू है जब दोनों अंत तक अपरिवर्तित, जोड़ी जा सकने वाली दरों से काम करें; आंशिक कार्य के लिए इसे बदलना होगा। दर वाली विधि इकाइयाँ और योगदान भी स्पष्ट रखती है।

गणितीय आधार: [NCERT गणित प्रकाश कक्षा 8 भाग II, अध्याय 3 §3.6, मुद्रित पृ.66-67](#) में पूरे कार्य की इकाई और असमान दर वाले कर्मियों की संयुक्त दर विकसित की गई है। यहाँ की सारणियाँ, उदाहरण और व्याख्याएँ मौलिक हैं।

4 अज्ञात कर्मों का योगदान निकालें

यदि एक ही घंटे में संयुक्त योगदान और एक व्यक्ति का योगदान ज्ञात हों, तो दूसरे का योगदान घटाकर निकालें। उनके पूरा करने के समयों को घटाने का ऐसा अर्थ नहीं है।

हल उदाहरण 3 B की दर और शर्तों की जाँच

A और B मिलकर एक निश्चित कार्य 6 घंटे में पूरा करते हैं। A अकेले 10 घंटे लेता है। दोनों की दरें धन, स्थिर और स्वतंत्र हैं। B का अकेले लिया समय निकालें।

संयुक्त दर = $1/6$ कार्य प्रति घंटा। A की दर = $1/10$ । इसलिए B की दर = $1/6 - 1/10 = 5/30 - 3/30 = 2/30 = 1/15$ कार्य प्रति घंटा। B अकेले $1 \div (1/15) = 15$ घंटे लेगा।

जाँच: $1/10 + 1/15 = 3/30 + 2/30 = 5/30 = 1/6$ । साथ काम करने का समय दोनों के अकेले समय से कम है: 6, 10 और 15 दोनों से कम है। घटाव $10 - 6 = 4$ से B की दर या अकेले समय नहीं मिलता।

अब अलग दावा जाँचें: A अकेले 10 घंटे ही लेता है, पर उन्हीं धन स्वतंत्र दरों की शर्तों में दोनों का संयुक्त समय 12 घंटे बताया गया है। इससे B की दर $1/12 - 1/10 = -1/60$ कार्य प्रति घंटा निकलेगी। यह धन योगदान की शर्त का विरोध करती है। यह **इस मॉडल में असंगत जानकारी** है, ऋण समय में काम पूरा करने वाला कर्म नहीं।

यदि संयुक्त समय और A का अकेले समय दोनों ठीक 10 घंटे हों, तो B की निकाली गई दर शून्य होगी। शून्य दर से कोई प्रगति नहीं होती, इसलिए अशून्य कार्य के लिए उसका कोई सीमित अकेले पूरा करने का समय नहीं होगा। यह B की दर धन होने की शर्त का भी विरोध है। समय निकालने के लिए कभी शून्य से भाग न दें।

रुकें और वर्गीकृत करें A अकेले 9 घंटे लेता है। A और B का संयुक्त समय 5 घंटे बताया गया है। क्या निकाली गई B की दर का चिह्न सही होगा? यदि संयुक्त समय 11 घंटे बताया जाए तो?

प्रतिक्रिया: $1/5 - 1/9 = 4/45$ धन है; B का अकेले समय $45/4$ घंटे होगा। लेकिन $1/11 - 1/9 = -2/99$ ऋण है, इसलिए दूसरा दावा धन योगदान वाले मॉडल में गलत है। यहाँ आवश्यक संख्याएँ मौजूद हैं; समस्या विरोध की है, जानकारी के अभाव की नहीं।

5 कार्य-दक्षता एक ही कार्य की दरों की तुलना है

एक ही निश्चित कार्य W के लिए दर $\times$ अकेले लिया समय = W । दर को किसी धन गुणक से गुणा करें तो समय उसी गुणक से भाग होगा। अनुपात वाले पाठ में इसी व्युत्क्रम संबंध का अध्ययन किया था।

हल उदाहरण 4 दर और अकेले समय की तुलना

एक ही कार्य के लिए A और B की कार्य-दरों का अनुपात 3:2 है। B अकेले 15 घंटे लेता है। अपरिवर्तित स्वतंत्र दरों पर A का अकेले लिया समय और दोनों का संयुक्त समय निकालें।

B की दर $1/15$ कार्य प्रति घंटा है। A की दर $(3/2) \times (1/15) = 1/10$ कार्य प्रति घंटा है, इसलिए A अकेले **10 घंटे** लेता है। संयुक्त दर $1/10 + 1/15 = 1/6$ होने से दोनों साथ **6 घंटे** लेते हैं।

पैनल 3 बराबर कार्य से जुड़े उलटे अनुपात

तुलना, हर बार A से B	A	B	A:B
दर	$1/10$ कार्य प्रति घंटा	$1/15$ कार्य प्रति घंटा	3:2
एक कार्य का अकेले समय	10 घंटे	15 घंटे	2:3
समान 2 घंटों में किया कार्य	$1/5$ कार्य	$2/15$ कार्य	3:2

दर का अनुपात और समान समय के उत्पादन का अनुपात एक है। उसी कार्य के लिए समय का अनुपात उलट जाता है। गुणनफल $(1/10) \times 10$ और $(1/15) \times 15$ दोनों एक कार्य हैं।

स्पष्ट आधार वाली प्रतिशत तुलना एक अलग कार्य-तुलना में B, 12 घंटे लेता है और A की दर B की दर से 25% अधिक है। “अधिक” का आधार B की दर है। A की दर का गुणक $1 + 25/100 = 5/4$ है, इसलिए A के समय का गुणक इसका व्युत्क्रम $4/5$ है। A का समय $= 12 \times 4/5 = 48/5$ घंटे $= 9$ घंटे 36 मिनट।

समय में कमी $1 - 4/5 = 1/5$, यानी 20% है। 25% अधिक दर का अर्थ 25% कम समय नहीं। जाँच: दर का गुणक $\times$ समय का गुणक $= (5/4) \times (4/5) = 1$, जिससे कार्य समान रहता है। “25% अधिक कार्य-दक्ष” कहा जाए तो उसका अर्थ प्रति इकाई समय में किया गया कार्य स्पष्ट होना चाहिए।

रुके और तुलना का आधार समझाएँ

1. A की दर B की दुगुनी है। उसी कार्य में B, 14 घंटे लेता है। A का अकेले समय क्या होगा?
2. क्या केवल दरों के अनुपात $A:B = 3:2$ से A का वास्तविक अकेले लिया समय निकाल सकते हैं?
3. A, 12 मिनट में 60 लेबल तैयार करता है; B, 15 मिनट में 90 लेबल। स्थिर दरों पर कौन प्रति मिनट अधिक लेबल तैयार करता है?

प्रतिक्रिया:

1. सात घंटे: एक ही कार्य के लिए दुगुनी दर का अर्थ आधा समय है।
2. नहीं। दरें $1/10$ और $1/15$ हों तो अकेले समय 10 और 15 घंटे हैं; दरें $1/20$ और $1/30$ भी 3:2 के अनुपात में हैं, लेकिन समय 20 और 30 घंटे हैं। एक वास्तविक दर या अकेले समय जैसा माप-आधार चाहिए।
3. A की दर $60/12 = 5$ लेबल प्रति मिनट और B की दर $90/15 = 6$ है। लिखा समय अधिक होने पर भी B की दर अधिक है, क्योंकि कार्य-मात्राएँ अलग हैं। सीधे पूरा करने के समय तभी तुलना करें जब कार्य-मात्रा समान हो और संबंधित शर्तें पूरी हों।

6 अर्थ बनाए रखने वाली विधि

1. अपरिवर्तित पूरा कार्य और आवश्यक मात्रा पहचानें
2. सभी समय एक इकाई में रखें और सक्रिय अंतराल पहचानें
3. हर दर को प्रति इकाई वास्तविक कार्य-समय की मात्रा के रूप में निकालें
4. साथ सक्रिय स्वतंत्र दरें जोड़ें, या ज्ञात कुल योगदान से ज्ञात योगदान घटाएँ
5. आवश्यक कार्य को मान्य धन दर से भाग दें
6. इकाई, चिह्न, परिमाण और योगदानों का योग जाँचें

अगले पाठ में समय के साथ सक्रिय कर्मी बदलेंगे। जब प्रश्न में अलग कार्यक्रम हो तो आज की साथ शुरू और साथ समाप्त करने की शर्तें अपने-आप न मानें।

स्वयं अभ्यास

उत्तर-कुंजी से पहले सभी प्रश्न हल करें। ये बिना समय-सीमा के सीखने के प्रश्न हैं: सही उत्तर का एक अंक, अन्यथा शून्य; ऋण अंकन या उत्तीर्ण होने की सीमा नहीं। ये स्थानीय अभ्यास-नियम RRB परीक्षा के अंकन-नियम नहीं हैं।

1. एक कर्मी स्थिर दर से 2.5 कार्य-घंटों में एक निश्चित कार्य का $\frac{5}{12}$ भाग पूरा करता है। कौन-सा युग्म सही दर और उसी दर पर शेष कार्य का अतिरिक्त समय बताता है?

- A. $\frac{1}{6}$ कार्य प्रति घंटा; 3 घंटे 30 मिनट
- B. $\frac{2}{5}$ कार्य प्रति घंटा; 3 घंटे 30 मिनट
- C. $\frac{1}{6}$ कार्य प्रति घंटा; 6 घंटे
- D. $\frac{1}{6}$ कार्य प्रति घंटा; 3 घंटे 5 मिनट

2. A अकेले एक बाँटे जा सकने वाले कार्य को 8 घंटे और B अकेले 12 घंटे में पूरा करता है। दोनों साथ शुरू करके बिना विलंब अपनी अपरिवर्तित स्वतंत्र स्थिर दरों से अंत तक काम करते हैं। कितना समय लगेगा?

- A. 10 घंटे
- B. 4 घंटे 8 मिनट
- C. 4 घंटे 48 मिनट
- D. 20 घंटे

3. एक ही निश्चित कार्य में A अकेले 15 घंटे और B अकेले 12 घंटे लेता है। दोनों अंत तक अपनी अपरिवर्तित स्वतंत्र स्थिर दरों से साथ काम करते हैं। पूरे कार्य को 60 बराबर कार्य-इकाइयाँ मानें। कौन-सी पंक्ति A की इकाइयाँ प्रति घंटा, B की इकाइयाँ प्रति घंटा और संयुक्त समय बताती है?

- A. 15; 12; $\frac{20}{9}$ घंटे
- B. 4; 5; $\frac{20}{3}$ घंटे
- C. $\frac{1}{15}$; $\frac{1}{12}$; $\frac{20}{3}$ घंटे
- D. 4; 5; 9 घंटे

4. A और B मिलकर एक निश्चित कार्य 4 घंटे में पूरा करते हैं। A अकेले 6 घंटे लेता है। दोनों की स्थिर धन दरें स्वतंत्र हैं और जुड़ती हैं। B का अकेले कार्य पूरा करने का समय क्या है?

- A. 2 घंटे
- B. 10 घंटे
- C. $\frac{1}{12}$ घंटे
- D. 12 घंटे

5. A अकेले एक कार्य 6 घंटे में पूरा करता है। एक विवरण के अनुसार A और B दोनों पूरे समय धन, अपरिवर्तित और स्वतंत्र दरों से काम करें तो 7 घंटे लगते हैं। क्या निष्कर्ष निकलता है?

- A. B अकेले अवश्य 42 घंटे लेगा
- B. विवरण दी गई दरों के मॉडल का विरोध करता है
- C. B अकेले अवश्य 13 घंटे लेगा
- D. B अकेले अवश्य 1 घंटा लेगा

6. एक ही कार्य के लिए A:B की कार्य-दरें 5:3 के अनुपात में हैं। B अपनी स्थिर दर पर अकेले 20 घंटे लेता है। A अकेले कितना समय लेगा?

- A. $100/3$ घंटे
- B. 18 घंटे
- C. 12 घंटे
- D. 8 घंटे

7. A वास्तविक कार्य-समय के हर घंटे में B से 20% अधिक कार्य पूरा करता है। उसी कार्य में B, 15 घंटे लेता है। दोनों की अकेले दरें स्थिर हैं। A का अकेले समय निकालें।

- A. 12 घंटे 30 मिनट
- B. 12 घंटे
- C. 18 घंटे
- D. 15 घंटे 20 मिनट

8. एक ही निश्चित कार्य के लिए A:B की स्थिर कार्य-दरों का अनुपात 7:4 है। कोई वास्तविक दर या अकेले लिया समय नहीं दिया गया है। A के अकेले समय के बारे में क्या निष्कर्ष निकाल सकते हैं?

- A. वह अवश्य 4 घंटे है
- B. वह अवश्य 7 घंटे है
- C. वह अवश्य $11/2$ घंटे है
- D. उसे निश्चित रूप से नहीं निकाला जा सकता

उत्तर-कुंजी और व्याख्याएँ

1. A; 2. C; 3. B; 4. D; 5. B; 6. C; 7. A; 8. D

1. A सही है। 2.5 घंटे = $5/2$ घंटे। दर = $(5/12)/(5/2) = 1/6$ कार्य प्रति घंटा। शेष कार्य $7/12$ है, इसलिए अतिरिक्त समय = $(7/12)/(1/6) = 7/2$ घंटे = 3 घंटे 30 मिनट। जाँच: $5/12 + (1/6)(7/2) = 1$ । B में $1/2.5 = 2/5$ लेकर 2.5 घंटे को पूरे कार्य का समय मान लिया गया है। C में अतिरिक्त समय के बजाय पूरे कार्य का समय 6 घंटे दिया है। D में आधे घंटे को 5 मिनट समझा गया है; वह 30 मिनट है।

2. C सही है। दर = $1/8 + 1/12 = 5/24$ कार्य प्रति घंटा। समय = $24/5$ घंटे = 4.8 घंटे = 4 घंटे 48 मिनट। योगदान $(24/5)/8 = 3/5$ और $(24/5)/12 = 2/5$ हैं, जिनका योग 1 है। A में 8 और 12 का औसत लिया है; D में उन्हें जोड़ा है। दोनों कार्य-योगदानों का योग नहीं है और दोनों अकेले समयों से कम होने की जाँच में गलत हैं। B में 0.8 घंटे को 8 मिनट समझा है, जबकि $0.8 \times 60 = 48$ मिनट।

3. B सही है। A प्रति घंटे $60/15 = 4$ चुनी गई इकाइयाँ और B, $60/12 = 5$ इकाइयाँ पूरा करता है। संयुक्त दर 9 इकाइयाँ प्रति घंटा है, इसलिए समय $60/9 = 20/3$ घंटे, यानी 6 घंटे 40 मिनट है। जाँच: $9 \times 20/3 = 60$ । A में अकेले समयों को इकाई-दर मानकर उनके योग से भाग दिया गया है। C की दरें पूरे कार्य प्रति घंटे में हैं, जबकि प्रश्न चुनी गई इकाइयाँ प्रति घंटे पूछता है; केवल समय सही होने से पूरी पंक्ति सही नहीं होती। D में संयुक्त दर के संख्यात्मक मान 9 को समय मान लिया है, जबकि आवश्यक कार्य को उससे भाग देना चाहिए।

4. D सही है। B की दर = $1/4 - 1/6 = 1/12$ कार्य प्रति घंटा, इसलिए B का समय 12 घंटे है। जाँच: $1/6 + 1/12 = 1/4$ । A में पूरा करने के समय 6 - 4 घटाए हैं; B में जोड़े हैं। कोई भी प्रक्रिया अज्ञात प्रति-घंटा योगदान नहीं निकालती। C में दर के संख्यात्मक मान $1/12$ को घंटे लिखा है; पूरे कार्य के समय के लिए उसका व्युत्क्रम चाहिए।

5. B सही है। निकाली गई B की दर $1/7 - 1/6 = -1/42$ कार्य प्रति घंटा है, धन नहीं। जब दोनों अंत तक धन कार्य जोड़ें तो जोड़ी A अकेले से धीमी भी नहीं हो सकती। A में ऋण चिह्न हटाकर 42 घंटे कहा है, लेकिन उससे संयुक्त समय $21/4$ घंटे होगा, 7 घंटे नहीं। C में दर का अर्थ बनाए बिना $6 + 7$ जोड़ा है। D में $7 - 6$ घटाया है; एक घंटे वाला B जोड़ी को बहुत तेज करेगा और संयुक्त समय $6/7$ घंटे होगा। दी गई शर्तों में जानकारी असंगत है; यह ऋण वास्तविक समय का प्रमाण नहीं।

6. C सही है। A की दर $5/3$ गुनी है, इसलिए उसी कार्य का समय B के समय का $3/5$ होगा: $20 \times 3/5 = 12$ घंटे। दूसरी विधि: A की दर = $(5/3)(1/20) = 1/12$ । समय का अनुपात $12:20 = 3:5$ है, जो $5:3$ का उलटा है। A में दर का गुणक समय पर सीधे लगा दिया गया है, जिससे तेज कर्मी अधिक समय लेता है। B में अनुपात-पदों का अंतर $5 - 3$, 20 से घटाया गया है; इसका कोई इकाई या समानुपाती आधार नहीं। D में समयों का अंतर $20 - 12 = 8$ उत्तर दे दिया है; 8 घंटे से दरों का अनुपात $20:8 = 5:2$ होगा, $5:3$ नहीं।

7. A सही है। प्रतिशत का आधार B की दर है: A की दर का गुणक $1.20 = 6/5$ । समय का गुणक $5/6$ है, इसलिए A का समय = $15 \times 5/6 = 25/2$ घंटे = 12 घंटे 30 मिनट। जाँच: $(6/5)(5/6) = 1$ । B में समय सीधे 20% घटाया है, जबकि व्युत्क्रम संबंध में वही प्रतिशत परिवर्तन नहीं लगता। C में समय 20% बढ़ाकर दिशा उलट दी है। D में दर के प्रतिशत को जोड़ने के 20 मिनट समझा है; प्रतिशत और समयावधि को मिला दिया गया है।

8. D सही है। $1/4$ और $1/7$ कार्य प्रति घंटे की दरों का अनुपात $7:4$ है और A का समय 4 घंटे है। दोनों दरें आधी करके $1/8$ और $1/14$ कर दें तो अनुपात $7:4$ ही रहता है, लेकिन A का समय 8 घंटे हो जाता है। दोनों दी गई जानकारी के अनुकूल हैं, इसलिए माप-आधार नहीं दिया गया है। A में एक संभावित समय को आवश्यक मान लिया है। B में दर-अनुपात के पहले पद को घंटों की संख्या मान लिया है। C में अनुपात-पदों का औसत लिया है; उससे न वास्तविक दर मिलती है, न उचित समय। सही सापेक्ष निष्कर्ष है: अकेले समयों का अनुपात $A:B = 4:7$ ।

गलती के अनुसार दोहराव चुनें

- प्रश्न 1: उदाहरण 1 में पूरा कार्य, आंशिक मात्रा और अतिरिक्त समय दोहराएँ
- प्रश्न 2-3: उदाहरण 2 में दर और इकाई के स्तंभ तथा योगदान-जाँच दोहराएँ
- प्रश्न 4-5: उदाहरण 3 में अज्ञात दर का घटाव और धन दर की शर्तें दोहराएँ
- प्रश्न 6-8: उदाहरण 4 में समय के व्युत्क्रम गुणक, प्रतिशत का आधार और अनुपस्थित माप-आधार दोहराएँ

दोहराने के बाद संबंधित प्रश्न बिना कुंजी के हल करें और बताएँ कि बाकी तीन विकल्प क्यों गलत हैं।

स्रोत और पाठ की सीमा

[RRB CEN 09/2025, §14.1, मुद्रित पृ.28](#) में गणित के अंतर्गत समय और कार्य का उल्लेख है। इससे विषय का दायरा मिलता है, प्रश्नों की आवृत्ति का अनुमान नहीं। आधिकारिक सूची उदाहरणात्मक है और आवश्यक नहीं कि पूर्ण हो; यहाँ सभी बाद के संशोधनों की जाँच नहीं की गई है।

[NCERT गणित प्रकाश कक्षा 8 भाग II, अध्याय 3 §3.6, मुद्रित पृ.63-68](#) निश्चित कार्य के समानुपाती तर्क और संयुक्त दरों का आधार देता है। इसके [आधिकारिक आरंभिक पृष्ठों, PDF पृ.2](#) पर प्रथम संस्करण दिसंबर 2025 लिखा है। यहाँ अज्ञात दर का घटाव, संभव होने की जाँच और प्रतिशत-कार्य-दक्षता की तुलना हमारी समझाकर दी गई विस्तारित प्रक्रियाएँ हैं, आधिकारिक परीक्षा के नामित प्रश्न-प्रकार नहीं। सभी व्याख्याएँ, पैनल, हल उदाहरण और अभ्यास मौलिक हैं।

यह पाठ स्थिर स्वतंत्र कार्य-दरों तक सीमित है। जुड़ने या जाने का कार्यक्रम, कार्य-दिन में बदलाव और चिह्न सहित टंकी का प्रवाह अगले पाठों में आएँगे। मजदूरी बाँटना, बारी-बारी उपस्थिति के चक्र, कर्मियों की संख्या को पूर्णांक करने के नियम और बदलते वास्तविक प्रवाह के भौतिक नियम इस पाठ से बाहर हैं।

उपमा और उसकी सीमाएँ

एक तय खेप के साधारण लेबल तैयार होकर एक ट्रे में जाते हैं। एक कर्मी प्रति घंटे तीन बराबर गट्टर तैयार करता है और दूसरा दो। यदि वे उसी घंटे में स्वतंत्र रूप से काम करें तो ट्रे में पाँच गट्टर पहुँचते हैं। ट्रे में रखने की लक्ष्य-मात्रा अपरिवर्तित है, इसलिए अधिक प्रति-घंटा योगदान से वह जल्दी पूरी होती है।

यह तुलना बताती है कि प्रति घंटे का उत्पादन क्यों जोड़ते हैं, अकेले पूरा करने के समय क्यों नहीं। हर गट्टर को दो छोटे बराबर गट्टरों में नाम दें तो दर और लक्ष्य दोनों के संख्यात्मक मान दुगुने होंगे, लेकिन समय वही रहेगा।

सीमा ध्यान में रखें: वास्तविक लेबल अविभाज्य हो सकते हैं, कर्मी एक ही औजार बाँट सकते हैं और तैयारी या जाँच में समय लग सकता है। हमारा लगातार बाँट जा सकने वाले कार्य का मॉडल ये बातें अपने-आप शामिल नहीं करता। वास्तविक प्रक्रिया को बिना प्रमाण पूरी तरह जोड़ने योग्य मानने के बजाय स्थिर दरें और स्वतंत्र योगदान स्पष्ट करें।

त्वरित संदर्भ

- दरों की तुलना या जोड़ से पहले एक ही पूरा कार्य और समय की एक समान इकाई तय करें
- $\text{दर} = \frac{\text{पूरा किया गया कार्य}}{\text{वास्तविक कार्य-समय}}$; स्थिर-दर वाले अंतराल में $\text{कार्य} = \text{दर} \times \text{वास्तविक कार्य-समय}$
- आवश्यक मात्रा का समय = $\frac{\text{आवश्यक कार्य}}{\text{धन दर}}$
- पूरा कार्य t समय-इकाइयों में हो तो $\text{दर} = 1/t$ कार्य प्रति समय-इकाई; आंशिक कार्य का समय पूरे कार्य का समय नहीं है
- अंत तक साथ सक्रिय स्वतंत्र कर्मियों की संयुक्त दर = उनकी दरों का योग। एक पूरे कार्य के धन अकेले समय a, b हों तो इसी योग से $t = ab/(a+b)$ मिलता है
- कोई भी समान कार्य-इकाई पैमाना ठीक है, यदि पूरा कार्य और हर दर उसी पैमाने पर हों
- अज्ञात योगदान = संयुक्त दर – ज्ञात दर। ऋण या शून्य परिणाम, धन योगदान की शर्त के विरुद्ध है; शून्य दर पर अशून्य कार्य का सीमित पूरा करने का समय नहीं होता
- उसी कार्य की दरें $a:b$ हों तो अकेले समयों का अनुपात $b:a$ है। दर का गुणक f हो तो समय का गुणक $1/f$ है
- केवल अनुपात से सापेक्ष आकार मिलते हैं; वास्तविक समय के लिए दर या समय का माप-आधार चाहिए
- घंटे के भिन्नात्मक भाग को 60 से गुणा करके मिनट निकालें; इस चरण तक भिन्न सटीक रखें
- इकाई, चिह्न और योगदान जाँचें। “संयुक्त समय दोनों के अकेले समय से कम” वाली जाँच के लिए दोनों धन स्वतंत्र दरों से पूरे समय सक्रिय होने चाहिए