

Factors Divisibility and Prime Factorisation

गुणनखंड विभाज्यता और अभाज्य गुणनखंडन

Lesson 2 of 5 | Numbers and Calculation | Free bilingual workbook

5 में से पाठ 2 | संख्याएँ और गणना | निःशुल्क द्विभाषी कार्यपुस्तिका

Use the English or Hindi section. Read the explanations, show your own steps, then check the answers. This focused workbook is part of the five-lesson Numbers and Calculation module.

अंग्रेज़ी या हिंदी खंड पढ़ें। व्याख्या समझें, अपने चरण लिखें, फिर उत्तर जाँचें। यह केंद्रित कार्यपुस्तिका पाँच पाठों वाले संख्याएँ और गणना मॉड्यूल का हिस्सा है।

Choose your section / अपना खंड चुनें

[English lesson and practice](#)

[English quick reference](#)

[हिंदी पाठ और अभ्यास](#)

[हिंदी त्वरित संदर्भ](#)

Original learning practice. Untimed, with no negative marking or pass cutoff. This workbook is not a full RRB CBT simulation or the complete Mathematics course.

मौलिक अध्ययन अभ्यास। समय-सीमा, ऋणात्मक अंकन या उत्तीर्ण होने की न्यूनतम अंक-शर्त नहीं है। यह कार्यपुस्तिका पूरे आरआरबी सीबीटी का अनुकरण या गणित का पूरा पाठ्यक्रम नहीं है।

Factors Divisibility and Prime Factorisation

What you will learn

Recognise the structure of a positive integer before choosing a calculation. You will find factors and multiples, distinguish prime and composite numbers, use divisibility tests with reasons, and write a complete prime factorisation. You will also explain when divisibility by two numbers guarantees divisibility by their product.

This lesson develops the number-system foundations used by HCF, LCM, fractions and square roots later in this module. It does not predict topic-wise exam marks. Unless stated otherwise, all factors, multiples, divisors and numbers being tested here are **positive integers**. This avoids silently mixing in zero or negative-factor conventions.

1 Retrieve three useful ideas

1. $42 \div 6 = 7$ because $6 \times 7 = 42$. This division has no remainder.
2. $3^2 = 3 \times 3 = 9$. An exponent counts repeated factors.
3. $43 = 6 \times 7 + 1$. Here the quotient is 7 and the remainder is 1, so 6 does not divide 43 exactly.

For positive integer division, the divisor is positive and the quotient is a nonnegative integer. Write $\text{dividend} = \text{divisor} \times \text{quotient} + \text{remainder}$, with the remainder an integer at least 0 and less than the divisor. You do not need a fraction or decimal to decide whether an integer divides another exactly. If this is unfamiliar, check $29 \div 5$ by writing $29 = 5 \times 5 + 4$, and $30 \div 5$ by writing $30 = 5 \times 6 + 0$.

2 A factor divides and a multiple is built by multiplication

If $n = d \times k$ for positive integers d and k , then d and k are factors of n , and n is a multiple of both. The same statement can be read in either direction, but the words are not interchangeable: 6 is a factor of 42; 42 is a multiple of 6.

Every positive integer has 1 and itself as factors; for 1 these are the same factor. All its positive factors lie between 1 and the number, so there are finitely many. Its positive multiples are obtained by multiplying by 1, 2, 3, ..., so the list never ends. Zero is a multiple in a wider integer convention, but it is not a **positive** multiple and is excluded from our lists.

Worked example 1 Build a complete factor list

List all positive factors of 48 and its first four positive multiples.

1. Form factor pairs: 1×48 , 2×24 , 3×16 , 4×12 and 6×8 .
2. The trial factor 5 fails, since $48 = 5 \times 9 + 3$. Once the smaller trial factor would exceed its partner, subsequent pairs repeat in reverse. In this case $7 \times 7 > 48$, so there cannot be a pair with both factors at least 7.
3. Collect both members of each pair: **1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48**.
4. The first four positive multiples are 48×1 , 48×2 , 48×3 , 48×4 : **48, 96, 144, 192**.

Error check: writing only one member of each factor pair misses valid factors. If a pair repeats the same factor, such as $5 \times 5 = 25$, list that factor only once.

3 Prime is a property of one number and co-prime is a relationship

A **prime number** has exactly two distinct positive factors, 1 and itself. A **composite number** is an integer greater than 1 with more than two positive factors. The number 1 is neither: it has only one positive factor. The number 2 is the only even prime; every larger even number has the additional factor 2. An odd number need not be prime.

Two positive integers are **co-prime** when their only common positive factor is 1. This does not require either number to be prime. Common factors are simply factors that appear in both factor lists. The next lesson develops the highest of the common factors into the HCF method.

Worked example 2 Test the definition rather than the appearance

Classify 1, 2, 39 and 47, then decide whether 8 and 15 are co-prime.

- 1 has one positive factor, so it is neither prime nor composite.
- 2 has factors 1 and 2, so it is prime.
- $39 = 3 \times 13$, so it is composite despite being odd.
- To test 47, observe that $7 \times 7 > 47$. A nontrivial factor pair would have a factor from 2 through 6. It is enough to test the primes 2, 3 and 5: 4 and 6 contain 2 or 3. None divides 47, so 47 is prime.
- Factors of 8 are 1, 2, 4, 8; factors of 15 are 1, 3, 5, 15. Their only common factor is 1, so **8 and 15 are co-prime**, though both are composite.

Error check: do not confuse “both prime” with “co-prime”. Also, being not divisible by 2 is only one test; it does not prove primality.

4 Divisibility tests save calculation because of place value

A divisibility test decides whether the remainder is zero. It does not usually give the quotient. The following tests apply to positive integers written in decimal digits:

- **2:** last digit is 0, 2, 4, 6 or 8
- **5:** last digit is 0 or 5
- **10:** last digit is 0
- **4:** the number formed by the last two digits is divisible by 4
- **8:** the number formed by the last three digits is divisible by 8
- **3:** the sum of all digits is divisible by 3
- **9:** the sum of all digits is divisible by 9
- **6:** the number is divisible by both 2 and 3
- **11:** the difference between the sums of alternate digits is 0 or a positive or negative multiple of 11

For a number with fewer than two or three digits, test the whole number for 4 or 8. A suffix such as 00 or 000 has value 0 and passes the relevant divisibility test.

Why the last digits work

Every complete group of 10 is divisible by 2 and 5, leaving only the last digit to check. For divisibility by 10, the last digit must be 0. Similarly, 100 is divisible by 4 and 1000 is divisible by 8. The higher-place part is already divisible, so only the last two or three digits can leave a remainder.

Worked example 3 Test 5312 by its endings

Test divisibility by 2, 4, 5, 8 and 10.

1. The last digit is 2: divisible by **2**, but not by **5 or 10**.
2. The last two digits form $12 = 4 \times 3$. Since $5312 = 5300 + 12$ and 5300 is divisible by 4, the number is divisible by **4**.
3. The last three digits form $312 = 8 \times 39$. Since $5312 = 5000 + 312$ and 5000 is divisible by 8, it is divisible by **8**.

Error check: an even last digit alone does not prove divisibility by 4 or 8. Use the required number of ending digits.

Why the digit sum works

Write 7389 as $7 \times 1000 + 3 \times 100 + 8 \times 10 + 9$. Each of 1000, 100 and 10 is one more than a multiple of 9. Replacing them by 1 therefore removes only multiples of 9, leaving $7 + 3 + 8 + 9$. The original number and this digit sum have the same remainder on division by 9. The removed quantities are also multiples of 3, so the same reasoning works for 3.

Worked example 4 Combine a digit-sum test with an evenness test

Test 7389 for divisibility by 3, 9 and 6.

1. Its digit sum is $7 + 3 + 8 + 9 = 27$.
2. Since 27 is divisible by 3 and 9, **7389 is divisible by both 3 and 9**.
3. 7389 is odd, so it is not divisible by 2. Therefore it is **not divisible by 6**.

Why does 6 require both tests? Since $6 = 2 \times 3$ and 2 and 3 are distinct primes, the number must contain both factors. A number divisible by 3 alone need not be divisible by 9 or by 6. For instance, 15 is divisible by 3, but not by 9 or 6.

Why alternate digit sums work for 11

Successive powers of 10 are alternately 1 below or 1 above a multiple of 11: $10 = 11 - 1$, $100 = 99 + 1$, $1000 = 1001 - 1$. This turns a place-value sum into an alternating digit sum. You may begin at either end; reversing the signs does not change whether the difference is a multiple of 11.

Worked example 5 Find a missing digit

Which digit d makes the four-digit number $47d3$ divisible by 11?

1. A digit is an integer from 0 to 9. The alternating difference is $(4 + d) - (7 + 3) = d - 6$.
2. As d ranges from 0 to 9, that difference ranges from -6 to 3. The only multiple of 11 in that range is 0.
3. Thus $d - 6 = 0$, giving **$d = 6$** . Verify: $4763 = 11 \times 433$.

Error check: the difference need not equal 11. Zero, 11, -11 , 22 and -22 all pass, when they can arise from the given digits.

5 Prime factorisation reveals the building blocks

A factorisation expresses a number as a product of factors. A **prime factorisation** goes further: every factor in the product is prime. Keep splitting composite factors until none remain, or divide repeatedly by prime divisors. Repeated copies of a prime can then be written as a power. For every integer greater than 1, the list of prime factors and their multiplicities is unique apart from order.

Worked example 6 Finish and verify the factorisation

Write 840 as a product of powers of primes.

1. Split into manageable factors: $840 = 84 \times 10$.
2. Continue: $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$, and $10 = 2 \times 5$.
3. Combine: $840 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 = \mathbf{2^3 \times 3 \times 5 \times 7}$.
4. Check by multiplying back: $8 \times 3 \times 5 \times 7 = 24 \times 35 = 840$.

Starting with $840 = 8 \times 105$ leads to the same final primes. A different first split is allowed; a different final count of a prime means a calculation was missed. Do not stop at 4×210 : 4 and 210 are composite. Do not add 1 to the list of prime factors.

6 When can two divisibility tests be combined into a product

For **co-prime positive integers a and b** , a number divisible by both a and b is divisible by $a \times b$. In prime-factor language, the requirements do not share any prime factors, so both complete groups of factors must occur. If a and b are not co-prime, some prime requirements overlap and the product can demand extra copies that were never guaranteed.

Worked example 7 State the guarantee carefully

A number is divisible by both 4 and 9. Must it be divisible by 36? Compare the conditions “divisible by 4 and 6”.

1. $4 = 2^2$ and $9 = 3^2$ have no common prime factor. A number divisible by both must contain two factors 2 and two factors 3, so it is divisible by $2^2 \times 3^2 = \mathbf{36}$.

2. With $4 = 2^2$ and $6 = 2 \times 3$, the requirements overlap in a factor 2. The number **12** is divisible by both 4 and 6, but not by 24. Thus the product conclusion is not guaranteed.

3. It is not impossible either: **48** is divisible by 4, 6 and their product 24.

Error check: “not guaranteed” is different from “never possible”. State the condition and test the claim with an actual number. The next lesson explains how the LCM handles these overlapping requirements systematically.

7 Independent practice

Choose one option in each question before reading the explanations. Write the factor pair, relevant digit test or counterexample that supports the choice. This is free, untimed learning practice with no negative marking or pass cutoff, not a full RRB CBT simulation.

1. Is 7 a factor of 91?

- A. Yes, because $91 = 7 \times 13$
 - B. No, because 91 is odd
 - C. Yes, because $9 + 1 = 10$
 - D. No, because 7 is prime
-

2. Which number appears in both lists: 6, 12, 18, 24, ... and 10, 20, 30, 40, ...? Choose the least positive common value.

- A. 12
 - B. 20
 - C. 24
 - D. 30
-

3. Why is 1 not a prime number?

- A. It is odd
 - B. It has only one positive factor
 - C. It is divisible by every positive integer
 - D. It has no factors
-

4. Which pair is co-prime?

- A. 9 and 15
 - B. 16 and 24
 - C. 9 and 16
 - D. 21 and 28
-

5. Which statement is correct for 2356?

- A. Divisible by 4 but not by 8
 - B. Divisible by 8 but not by 4
 - C. Divisible by both 4 and 8
 - D. Divisible by neither 4 nor 8
-

6. Which statement is correct for 6243?

- A. Divisible by 9 but not by 3
 - B. Divisible by both 3 and 9
 - C. Divisible by neither 3 nor 9
 - D. Divisible by 3 but not by 9
-

7. Which number is divisible by 6?

- A. 4515
 - B. 4518
 - C. 4520
 - D. 4523
-

8. Using the 11-test on 9185, what conclusion follows?

- A. Not divisible because the digit sum is 23
 - B. Not divisible because the alternating difference is not 0
 - C. Divisible because $(9 + 8) - (1 + 5) = 11$
 - D. Divisible because its last digit is 5
-

9. Which is the prime factorisation of 1260?

- A. $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
 - B. $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
 - C. $2^2 \times 3 \times 5 \times 7$
 - D. $4 \times 9 \times 5 \times 7$
-

10. What is the smallest digit d that makes the four-digit number 52d4 divisible by 9?

- A. 2
 - B. 5
 - C. 6
 - D. 7
-

11. A list claims to show all positive factors of 40: 1, 2, 4, 5, 10, 20, 40. Which factor is missing?

- A. 6
 - B. 8
 - C. 12
 - D. 16
-

12. A positive integer is divisible by both 6 and 9. Which statement is always justified?

- A. It must be divisible by 54
 - B. It cannot be divisible by 54
 - C. Divisibility by 54 is not guaranteed; 18 is a counterexample
 - D. It must be a prime number
-

8 Explained answer key

1. **A.** $91 = 7 \times 13$, so division by 7 leaves no remainder. Oddness and primality do not prevent divisibility; the digit sum shown is not a test for 7.
2. **D.** Continue the lists: $30 = 6 \times 5 = 10 \times 3$. Earlier positive multiples of 10 are 10 and 20, neither a multiple of 6.
3. **B.** A prime has exactly two distinct positive factors. The only positive factor of 1 is 1. It is neither prime nor composite.
4. **C.** 9 has positive factors 1, 3, 9; 16 has 1, 2, 4, 8, 16. Only 1 is shared. The other pairs share 3, 8 and 7, respectively.
5. **A.** The last two digits form $56 = 4 \times 14$. The last three form $356 = 8 \times 44 + 4$, so the 8-test fails.
6. **D.** The digit sum is $6 + 2 + 4 + 3 = 15$. It is divisible by 3, but not by 9.
7. **B.** 4518 is even and its digit sum is 18, so both the 2 and 3 tests pass. 4515 is odd; 4520 has digit sum 11; 4523 is odd and has digit sum 14.
8. **C.** The alternating difference is 11, a multiple of 11. A difference of 0 is allowed but not required. Check: $9185 = 11 \times 835$.
9. **A.** $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 4 \times 9 \times 5 \times 7 = 1260$ and all the bases 2, 3, 5, 7 are prime. D gives the right product but still contains composite factors 4 and 9. B and C give 630 and 420.
10. **D.** The digit sum is $11 + d$. For d from 0 to 9 it ranges from 11 to 20, whose only multiple of 9 is 18. Thus $d = 7$. Check: $5274 = 9 \times 586$.
11. **B.** The pair $5 \times 8 = 40$ reveals the missing 8. The complete list is 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40.
12. **C.** 18 is divisible by 6 and 9, but not by 54, so A fails. Yet 54 itself is divisible by all three, so B also fails. The shared factor 3 means the product rule is not guaranteed.

Sources and next step

[NCERT Mathematics Class VI, Playing with Numbers, via IIT Kanpur SATHEE](#), §§3.2-3.6, supports factors, primes, co-primality, divisibility and prime factorisation; the summary states the coprime-product rule. The web edition is cited by section rather than an unverified printed page. [NIOS Mathematics 211 Chapter 2](#), §2.2, printed pp.44-45, supports prime-power notation. The explanations, chosen worked numbers and practice here are original and independently calculated.

Before continuing, explain one last-digit test, one digit-sum test and the difference between prime and co-prime. If a mistake remains, revisit that section and retry its question; there is no pass gate. Next, HCF LCM and Choosing the Right Model uses this factor structure to solve grouping and repetition problems.

A concrete way to picture the idea

Packets and labels

Imagine 35 counters that must be placed in equal packets with none left over. Packets of 5 work because $5 \times 7 = 35$; packets of 6 leave 5 counters after filling five packets. The allowed packet sizes are factors of 35. If you instead keep adding full packets of 5, the totals 5, 10, 15, ... are multiples of 5.

This distinguishes a size that divides a fixed total from totals built by repeating a fixed size. A divisibility test is a quick check of whether a packet size fits exactly; it does not count the packets for you. Prime factorisation is a numerical decomposition, not a claim that physical packets must be prime-sized.

Quick reference

Definitions and domain

This lesson uses positive integers and positive factors/multiples. A factor divides exactly; a multiple is obtained by multiplication. A prime has exactly two distinct positive factors. A composite is greater than 1 and has more than two. 1 is neither prime nor composite; 2 is the only even prime. Co-prime numbers have only 1 as a common positive factor and may both be composite.

Divisibility checklist

- 2: last digit even
- 5: last digit 0 or 5
- 10: last digit 0
- 4: last two-digit suffix divisible by 4
- 8: last three-digit suffix divisible by 8
- 3 or 9: digit sum divisible by 3 or 9, respectively
- 6: both the 2 and 3 tests pass
- 11: alternate digit-sum difference is 0 or a multiple of 11, allowing negative differences

For a short number, use all its digits. Suffix 00 or 000 has value 0.

Verification

Collect both factors in each pair, avoiding duplicates. A complete prime factorisation contains only primes; multiply back to check the number and count repeated factors before writing exponents. A number divisible by two co-prime positive integers is divisible by their product. Without co-primality the implication is not guaranteed, rather than impossible.

गुणनखंड विभाज्यता और अभाज्य गुणनखंडन

आप क्या सीखेंगे

गणना की विधि चुनने से पहले धनात्मक पूर्णांक की संरचना पहचानना सीखें। आप गुणनखंड और गुणज निकालेंगे, अभाज्य तथा भाज्य संख्याओं में अंतर करेंगे, कारण सहित विभाज्यता की जाँच करेंगे और पूरा अभाज्य गुणनखंडन लिखेंगे। आप यह भी समझाएँगे कि दो संख्याओं से विभाज्यता कब उनके गुणनफल से विभाज्यता सुनिश्चित करती है।

यह पाठ संख्या पद्धति की वे बुनियादेँ बनाता है जिनका उपयोग आगे महत्तम समापवर्तक, लघुत्तम समापवर्त्य, भिन्न और वर्गमूल में होगा। इसमें विषयवार परीक्षा-अंकों का अनुमान नहीं है। अलग से न कहा गया हो तो यहाँ सभी गुणनखंड, गुणज, भाजक और जाँची जाने वाली संख्याएँ **धनात्मक पूर्णांक** हैं। इससे शून्य या ऋणात्मक गुणनखंडों की अलग परंपराएँ अनजाने में शामिल नहीं होतीं।

1 तीन उपयोगी बातें दोहराएँ

1. $42 \div 6 = 7$, क्योंकि $6 \times 7 = 42$ । इसमें कोई शेषफल नहीं है।
2. $3^2 = 3 \times 3 = 9$ । घातांक बार-बार आए गुणनखंडों की गिनती बताता है।
3. $43 = 6 \times 7 + 1$ । यहाँ भागफल 7 और शेषफल 1 है, इसलिए 6 से 43 का निःशेष भाग नहीं होता।

धनात्मक पूर्णांकों के भाग में भाजक धनात्मक होता है और भागफल शून्य या धनात्मक पूर्णांक होता है। लिखें: भाज्य = भाजक $\times$ भागफल + शेषफल, जहाँ शेषफल पूर्णांक हो, कम से कम 0 और भाजक से छोटा हो। कोई पूर्णांक दूसरे को निःशेष भाग देता है या नहीं, यह जानने के लिए भिन्न या दशमलव जरूरी नहीं है। यह नया लगे तो $29 \div 5$ को $29 = 5 \times 5 + 4$ और $30 \div 5$ को $30 = 5 \times 6 + 0$ लिखकर जाँचें।

2 गुणनखंड भाग देता है और गुणज गुणा से बनता है

धनात्मक पूर्णांकों d और k के लिए $n = d \times k$ हो, तो d और k , n के गुणनखंड हैं तथा n इन दोनों का गुणज है। एक ही संबंध दोनों ओर से पढ़ सकते हैं, लेकिन शब्द आपस में बदले नहीं जा सकते: 6, 42 का गुणनखंड है; 42, 6 का गुणज है।

प्रत्येक धनात्मक पूर्णांक के गुणनखंड 1 और वह संख्या स्वयं होते हैं; 1 के लिए ये एक ही गुणनखंड हैं। उसके सभी धनात्मक गुणनखंड 1 से उस संख्या तक होते हैं, इसलिए उनकी संख्या सीमित है। उसके धनात्मक गुणज 1, 2, 3, ... से गुणा करने पर मिलते हैं, इसलिए सूची का अंत नहीं होता। व्यापक पूर्णांक-परंपरा में शून्य भी गुणज है, लेकिन वह **धनात्मक** गुणज नहीं है और हमारी सूचियों में नहीं आएगा।

हल सहित उदाहरण 1 गुणनखंडों की पूरी सूची

48 के सभी धनात्मक गुणनखंड और पहले चार धनात्मक गुणज लिखिए।

1. गुणनखंड-युग्म बनाएँ: 1×48 , 2×24 , 3×16 , 4×12 और 6×8 ।
2. जाँच में 5 सफल नहीं है, क्योंकि $48 = 5 \times 9 + 3$ । जब छोटे गुणनखंड की जाँच करते-करते वह अपने जोड़ीदार से बड़ा होने लगे, तो अगले युग्म उलटे क्रम में दोहरेंगे। यहाँ $7 \times 7 > 48$ है, इसलिए ऐसा युग्म नहीं हो सकता जिसके दोनों गुणनखंड कम से कम 7 हों।
3. हर युग्म के दोनों सदस्य लें: **1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48**।
4. पहले चार धनात्मक गुणज हैं 48×1 , 48×2 , 48×3 , 48×4 , अर्थात् **48, 96, 144, 192**।

गलती की जाँच: युग्म का केवल एक सदस्य लिखने पर सही गुणनखंड छूट जाते हैं। किसी युग्म में एक ही गुणनखंड दो बार हो, जैसे $5 \times 5 = 25$, तो सूची में उसे एक ही बार लिखें।

3 अभाज्य एक संख्या का गुण है सह-अभाज्य दो संख्याओं का संबंध

अभाज्य संख्या के ठीक दो अलग धनात्मक गुणनखंड होते हैं: 1 और वह संख्या स्वयं। **भाज्य संख्या** 1 से बड़ा ऐसा पूर्णांक है जिसके दो से अधिक धनात्मक गुणनखंड हों। 1 इनमें से कोई नहीं है, क्योंकि उसका केवल एक धनात्मक गुणनखंड है। 2 ही एकमात्र सम अभाज्य संख्या है; उससे बड़ी प्रत्येक सम संख्या में अतिरिक्त गुणनखंड 2 होता है। हर विषम संख्या अभाज्य नहीं होती।

दो धनात्मक पूर्णांक **सह-अभाज्य** होते हैं जब उनका एकमात्र साझा धनात्मक गुणनखंड 1 हो। इसके लिए दोनों में से किसी संख्या का अभाज्य होना जरूरी नहीं है। साझा गुणनखंड वे हैं जो दोनों गुणनखंड-सूचियों में आते हैं। अगले पाठ में इनमें सबसे बड़े गुणनखंड से महत्तम समापवर्तक की विधि बनेगी।

हल सहित उदाहरण 2 दिखावट नहीं परिभाषा जाँचें

1, 2, 39 और 47 का वर्गीकरण करें तथा तय करें कि 8 और 15 सह-अभाज्य हैं या नहीं।

- 1 का एक धनात्मक गुणनखंड है, इसलिए यह न अभाज्य है, न भाज्य।
- 2 के गुणनखंड 1 और 2 हैं, इसलिए यह अभाज्य है।
- $39 = 3 \times 13$, इसलिए विषम होने पर भी यह भाज्य है।
- 47 के लिए देखें कि $7 \times 7 > 47$ है। 1 और 47 से अलग किसी गुणनखंड-युग्म में एक गुणनखंड 2 से 6 तक होना चाहिए। अभाज्य संख्याएँ 2, 3 और 5 जाँचना पर्याप्त है; 4 और 6 में 2 या 3 गुणनखंड हैं। इनमें से कोई 47 को निःशेष भाग नहीं देता, इसलिए 47 अभाज्य है।
- 8 के गुणनखंड 1, 2, 4, 8 तथा 15 के 1, 3, 5, 15 हैं। केवल 1 साझा है, इसलिए **8 और 15 सह-अभाज्य हैं**, जबकि दोनों भाज्य हैं।

गलती की जाँच: “दोनों अभाज्य” और “सह-अभाज्य” को एक न समझें। 2 से विभाज्य न होना केवल एक जाँच है; इससे अभाज्य होना सिद्ध नहीं होता।

4 स्थानीय मान के कारण विभाज्यता की जाँच गणना बचाती है

विभाज्यता की जाँच बताती है कि शेषफल शून्य है या नहीं। वह सामान्यतः भागफल नहीं बताती। नीचे की जाँचें दशमलव अंकों में लिखे धनात्मक पूर्णांकों पर लागू हैं:

- **2:** अंतिम अंक 0, 2, 4, 6 या 8 हो
- **5:** अंतिम अंक 0 या 5 हो
- **10:** अंतिम अंक 0 हो
- **4:** अंतिम दो अंकों से बनी संख्या 4 से विभाज्य हो
- **8:** अंतिम तीन अंकों से बनी संख्या 8 से विभाज्य हो
- **3:** सभी अंकों का योग 3 से विभाज्य हो
- **9:** सभी अंकों का योग 9 से विभाज्य हो
- **6:** संख्या 2 और 3 दोनों से विभाज्य हो
- **11:** एकांतर स्थानों के अंकों के योगों का अंतर 0 या 11 का धनात्मक अथवा ऋणात्मक गुणज हो

संख्या में दो या तीन से कम अंक हों, तो क्रमशः 4 या 8 के लिए पूरी संख्या जाँचें। अंतिम अंक-समूह 00 या 000 का मान 0 है और वह संबंधित विभाज्यता-जाँच में सफल है।

अंतिम अंक क्यों काम करते हैं

10 का हर पूरा समूह 2 और 5 से विभाज्य है, इसलिए अंतिम अंक की जाँच बचती है। 10 से विभाज्यता के लिए अंतिम अंक 0 होना चाहिए। इसी तरह 100, 4 से और 1000, 8 से विभाज्य है। बड़े स्थानों वाला भाग पहले से विभाज्य है, इसलिए केवल अंतिम दो या तीन अंकों वाला भाग शेषफल छोड़ सकता है।

हल सहित उदाहरण 3 अंतिम अंकों से 5312 की जाँच

2, 4, 5, 8 और 10 से विभाज्यता जाँचिए।

1. अंतिम अंक 2 है: संख्या 2 से विभाज्य है, लेकिन 5 या 10 से नहीं।
2. अंतिम दो अंकों से $12 = 4 \times 3$ बनता है। $5312 = 5300 + 12$ और 5300, 4 से विभाज्य है, इसलिए पूरी संख्या 4 से विभाज्य है।
3. अंतिम तीन अंकों से $312 = 8 \times 39$ बनता है। $5312 = 5000 + 312$ और 5000, 8 से विभाज्य है, इसलिए संख्या 8 से विभाज्य है।

गलती की जाँच: केवल सम अंतिम अंक होने से 4 या 8 से विभाज्यता सिद्ध नहीं होती। जितने अंतिम अंकों की जाँच चाहिए, उतने लें।

अंक-योग क्यों काम करता है

7389 को $7 \times 1000 + 3 \times 100 + 8 \times 10 + 9$ लिखें। 1000, 100 और 10 में से प्रत्येक, 9 के किसी गुणज से 1 अधिक है। इनकी जगह 1 रखने पर केवल 9 के गुणज हटते हैं और $7 + 3 + 8 + 9$ बचता है। इसलिए मूल संख्या और अंक-योग को 9 से भाग देने पर शेषफल समान रहता है। हटाई गई राशियाँ 3 के गुणज भी हैं, इसलिए 3 के लिए भी यही तर्क काम करता है।

हल सहित उदाहरण 4 अंक-योग और सम होने की जाँच साथ लगाएँ

7389 की 3, 9 और 6 से विभाज्यता जाँचिए।

1. अंक-योग $7 + 3 + 8 + 9 = 27$ है।
 2. 27, 3 और 9 दोनों से विभाज्य है, इसलिए 7389 भी 3 और 9 दोनों से विभाज्य है।
 3. 7389 विषम है, इसलिए 2 से विभाज्य नहीं है। अतः वह 6 से विभाज्य नहीं है।
- 6 के लिए दोनों जाँचें क्यों चाहिए? $6 = 2 \times 3$ में 2 और 3 अलग अभाज्य संख्याएँ हैं, इसलिए संख्या में दोनों गुणनखंड चाहिए। केवल 3 से विभाज्य संख्या 9 या 6 से विभाज्य हो, यह जरूरी नहीं। जैसे, 15, 3 से विभाज्य है लेकिन 9 या 6 से नहीं।

11 के लिए एकांतर अंक-योग क्यों काम करते हैं

10 की क्रमागत घातें बारी-बारी से 11 के किसी गुणज से 1 कम या 1 अधिक होती हैं: $10 = 11 - 1$, $100 = 99 + 1$, $1000 = 1001 - 1$ । इससे स्थानीय मान वाला योग एकांतर चिह्नों वाले अंक-योग में बदलता है। किसी भी सिरे से शुरू कर सकते हैं; अंतर का चिह्न उलटने से उसका 11 का गुणज होना नहीं बदलता।

हल सहित उदाहरण 5 छूटा अंक निकालें

कौन-सा अंक d, चार अंकों की संख्या 47d3 को 11 से विभाज्य बनाता है?

1. अंक 0 से 9 तक का पूर्णांक होता है। एकांतर योगों का अंतर $(4 + d) - (7 + 3) = d - 6$ है।
2. d के 0 से 9 तक होने पर यह अंतर -6 से 3 तक होता है। इस सीमा में 11 का एकमात्र गुणज 0 है।
3. इसलिए $d - 6 = 0$, जिससे $d = 6$ । जाँच: $4763 = 11 \times 433$ ।

गलती की जाँच: अंतर का 11 होना जरूरी नहीं। दिए अंकों से संभव होने पर 0, 11, -11, 22 और -22 सभी जाँच में सफल हैं।

5 अभाज्य गुणनखंडन से मूल गुणनखंड मिलते हैं

गुणनखंडन किसी संख्या को गुणनखंडों के गुणनफल में लिखता है। **अभाज्य गुणनखंडन** में हर गुणनखंड अभाज्य होना चाहिए। भाज्य गुणनखंडों को तब तक तोड़ें जब तक कोई भाज्य गुणनखंड न बचे, या बार-बार अभाज्य भाजकों से भाग दें। बार-बार आने वाले अभाज्य गुणनखंड को घात के रूप में लिख सकते हैं। 1 से बड़े हर पूर्णांक के अभाज्य गुणनखंड और उनकी बारंबारता, क्रम छोड़कर, निश्चित होते हैं।

हल सहित उदाहरण 6 गुणनखंडन पूरा करें और जाँचें

840 को अभाज्य संख्याओं की घातों के गुणनफल में लिखिए।

- सुविधाजनक गुणनखंडों में बाँटें: $840 = 84 \times 10$
- आगे तोड़ें: $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$ तथा $10 = 2 \times 5$
- साथ लिखें: $840 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7$
- वापस गुणा करके जाँचें: $8 \times 3 \times 5 \times 7 = 24 \times 35 = 840$

$840 = 8 \times 105$ से शुरू करने पर भी वही अंतिम अभाज्य गुणनखंड मिलते हैं। पहला विभाजन अलग हो सकता है; अंत में किसी अभाज्य गुणनखंड की गिनती अलग हो तो कोई गणना छूटी है। 4×210 पर न रुकें, क्योंकि 4 और 210 भाज्य हैं। अभाज्य गुणनखंडों की सूची में 1 न जोड़ें।

6 दो विभाज्यता शर्तों से गुणनफल की शर्त कब बनती है

सह-अभाज्य धनात्मक पूर्णांक a और b के लिए, दोनों से विभाज्य संख्या $a \times b$ से भी विभाज्य होती है। अभाज्य गुणनखंडों की भाषा में, दोनों की जरूरतों में कोई अभाज्य गुणनखंड साझा नहीं है, इसलिए दोनों के पूरे गुणनखंड-समूह चाहिए। यदि a और b सह-अभाज्य नहीं हों, तो कुछ अभाज्य गुणनखंडों की जरूरतें साझा होती हैं। उनका गुणनफल ऐसे अतिरिक्त गुणनखंड माँग सकता है जो पहली दो शर्तों से निश्चित नहीं थे।

हल सहित उदाहरण 7 निश्चित निष्कर्ष सावधानी से लिखें

कोई संख्या 4 और 9 दोनों से विभाज्य है। क्या वह 36 से भी विभाज्य होगी? इसकी तुलना “4 और 6 दोनों से विभाज्य” की शर्त से करें।

- $4 = 2^2$ और $9 = 3^2$ में कोई साझा अभाज्य गुणनखंड नहीं है। दोनों से विभाज्य संख्या में 2 के दो और 3 के दो गुणनखंड होने चाहिए। इसलिए वह $2^2 \times 3^2 = 36$ से विभाज्य है।
- $4 = 2^2$ तथा $6 = 2 \times 3$ में एक गुणनखंड 2 की जरूरत साझा है। **12**, 4 और 6 दोनों से विभाज्य है, लेकिन 24 से नहीं। इसलिए गुणनफल से विभाज्यता निश्चित नहीं है।
- यह असंभव भी नहीं है: **48**, 4, 6 और उनके गुणनफल 24 तीनों से विभाज्य है।

गलती की जाँच: “निश्चित नहीं” और “कभी संभव नहीं” अलग बातें हैं। शर्त साफ लिखें और किसी वास्तविक संख्या से कथन जाँचें। अगले पाठ में लघुतम समापवर्त्य बताएगा कि साझा जरूरतों को व्यवस्थित रूप से कैसे संभालते हैं।

7 स्वतंत्र अभ्यास

व्याख्या पढ़ने से पहले प्रत्येक प्रश्न में एक विकल्प चुनें। उत्तर का समर्थन करने वाला गुणनखंड-युग्म, अंकों की जाँच या प्रतिउदाहरण लिखें। यह निःशुल्क, बिना समय-सीमा का अध्ययन अभ्यास है। इसमें ऋणात्मक अंकन या उत्तीर्ण सीमा नहीं है और यह पूरे RRB सीबीटी का अनुकरण नहीं है।

1. क्या 7, 91 का गुणनखंड है?

- A. हाँ, क्योंकि $91 = 7 \times 13$
 - B. नहीं, क्योंकि 91 विषम है
 - C. हाँ, क्योंकि $9 + 1 = 10$
 - D. नहीं, क्योंकि 7 अभाज्य है
-

2. दो सूचियों 6, 12, 18, 24, ... तथा 10, 20, 30, 40, ... में आने वाला सबसे छोटा धनात्मक साझा मान कौन-सा है?

- A. 12
 - B. 20
 - C. 24
 - D. 30
-

3. 1 अभाज्य संख्या क्यों नहीं है?

- A. यह विषम है
 - B. इसका केवल एक धनात्मक गुणनखंड है
 - C. यह प्रत्येक धनात्मक पूर्णांक से विभाज्य है
 - D. इसका कोई गुणनखंड नहीं है
-

4. कौन-सा युग्म सह-अभाज्य है?

- A. 9 और 15
 - B. 16 और 24
 - C. 9 और 16
 - D. 21 और 28
-

5. 2356 के लिए कौन-सा कथन सही है?

- A. 4 से विभाज्य, लेकिन 8 से नहीं
 - B. 8 से विभाज्य, लेकिन 4 से नहीं
 - C. 4 और 8 दोनों से विभाज्य
 - D. न 4 से, न 8 से विभाज्य
-

6. 6243 के लिए कौन-सा कथन सही है?

- A. 9 से विभाज्य, लेकिन 3 से नहीं
 - B. 3 और 9 दोनों से विभाज्य
 - C. न 3 से, न 9 से विभाज्य
 - D. 3 से विभाज्य, लेकिन 9 से नहीं
-

7. कौन-सी संख्या 6 से विभाज्य है?

- A. 4515
 - B. 4518
 - C. 4520
 - D. 4523
-

8. 9185 पर 11 की जाँच लगाने से क्या निष्कर्ष मिलता है?

- A. विभाज्य नहीं, क्योंकि अंक-योग 23 है
 - B. विभाज्य नहीं, क्योंकि एकांतर योगों का अंतर 0 नहीं है
 - C. विभाज्य है, क्योंकि $(9 + 8) - (1 + 5) = 11$
 - D. विभाज्य है, क्योंकि अंतिम अंक 5 है
-

9. 1260 का अभाज्य गुणनखंडन कौन-सा है?

- A. $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
 - B. $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
 - C. $2^2 \times 3 \times 5 \times 7$
 - D. $4 \times 9 \times 5 \times 7$
-

10. चार अंकों की संख्या 52d4 को 9 से विभाज्य बनाने वाला सबसे छोटा अंक d क्या है?

- A. 2
 - B. 5
 - C. 6
 - D. 7
-

11. 40 के सभी धनात्मक गुणनखंड बताने वाली सूची है: 1, 2, 4, 5, 10, 20, 40। कौन-सा गुणनखंड छूटा है?

- A. 6
 - B. 8
 - C. 12
 - D. 16
-

12. एक धनात्मक पूर्णांक 6 और 9 दोनों से विभाज्य है। कौन-सा कथन हमेशा सही है?

- A. वह 54 से अवश्य विभाज्य है
 - B. वह 54 से विभाज्य नहीं हो सकता
 - C. 54 से विभाज्यता निश्चित नहीं है; 18 एक प्रतिउदाहरण है
 - D. वह अवश्य विभाज्य है
-

8 व्याख्या सहित उत्तरमाला

1. **A.** $91 = 7 \times 13$, इसलिए 7 से भाग देने पर शेषफल शून्य है। विषम या अभाज्य होने से विभाज्यता नहीं रुकती। दिया अंक-योग 7 की विभाज्यता की जाँच नहीं है।
2. **D.** सूचियाँ आगे बढ़ाएँ: $30 = 6 \times 5 = 10 \times 3$ । 10 के इससे छोटे धनात्मक गुणज 10 और 20 हैं; दोनों 6 के गुणज नहीं हैं।
3. **B.** अभाज्य संख्या के ठीक दो अलग धनात्मक गुणनखंड होते हैं। 1 का एकमात्र धनात्मक गुणनखंड 1 है। यह न अभाज्य है, न भाज्य।
4. **C.** 9 के धनात्मक गुणनखंड 1, 3, 9 और 16 के 1, 2, 4, 8, 16 हैं। केवल 1 साझा है। बाकी युग्मों में क्रमशः 3, 8 और 7 साझा गुणनखंड हैं।
5. **A.** अंतिम दो अंकों से $56 = 4 \times 14$ बनता है। अंतिम तीन अंकों से $356 = 8 \times 44 + 4$ बनता है, इसलिए 8 की जाँच असफल है।
6. **D.** अंक-योग $6 + 2 + 4 + 3 = 15$ है। यह 3 से विभाज्य है, लेकिन 9 से नहीं।
7. **B.** 4518 सम है और इसका अंक-योग 18 है, इसलिए 2 और 3 की दोनों जाँचें सही हैं। 4515 विषम है; 4520 का अंक-योग 11 है; 4523 विषम है और इसका अंक-योग 14 है।
8. **C.** एकांतर योगों का अंतर 11 है, जो 11 का गुणज है। अंतर 0 हो सकता है, लेकिन 0 होना जरूरी नहीं। जाँच: $9185 = 11 \times 835$ ।
9. **A.** $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 4 \times 9 \times 5 \times 7 = 1260$ और सभी आधार 2, 3, 5, 7 अभाज्य हैं। D का गुणनफल सही है, लेकिन उसमें भाज्य गुणनखंड 4 और 9 बचे हैं। B और C से क्रमशः 630 और 420 मिलते हैं।
10. **D.** अंक-योग $11 + d$ है। d के 0 से 9 तक होने पर यह 11 से 20 के बीच है, जिसमें 9 का एकमात्र गुणज 18 है। इसलिए $d = 7$ । जाँच: $5274 = 9 \times 586$ ।
11. **B.** गुणनखंड-युग्म $5 \times 8 = 40$ से छूटा हुआ 8 मिलता है। पूरी सूची 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40 है।
12. **C.** 18, 6 और 9 दोनों से विभाज्य है, लेकिन 54 से नहीं, इसलिए A गलत है। स्वयं 54 तीनों से विभाज्य है, इसलिए B भी गलत है। साझा गुणनखंड 3 होने से गुणनफल वाला निष्कर्ष निश्चित नहीं है।

स्रोत और अगला पाठ

[IIT Kanpur SATHEE पर NCERT कक्षा 6 गणित का संख्याओं से संबंधित अध्याय](#), खंड 3.2-3.6, गुणनखंड, अभाज्य, सह-अभाज्य, विभाज्यता और अभाज्य गुणनखंडन के संदर्भ देते हैं; सारांश में सह-अभाज्य गुणनफल का नियम है। वेब संस्करण के लिए अप्रमाणित मुद्रित पृष्ठ के बजाय खंड का संदर्भ दिया गया है। [NIOS गणित 211 अध्याय 2](#), खंड 2.2, मुद्रित पृष्ठ 44-45, अभाज्य घातों की लिखावट का संदर्भ है। यहाँ की व्याख्याएँ, चुनी हुई उदाहरण-संख्याएँ और अभ्यास मौलिक हैं तथा उनकी गणना अलग से जाँची गई है।

आगे जाने से पहले अंतिम अंकों वाली एक जाँच, अंक-योग वाली एक जाँच और अभाज्य तथा सह-अभाज्य में अंतर समझाएँ। गलती बची हो तो संबंधित खंड दोहराकर उसका प्रश्न फिर करें; कोई उत्तीर्ण शर्त नहीं है। अगला पाठ महत्तम समापवर्तक लघुत्तम समापवर्त्य और सही विधि का चयन इसी संरचना से समान समूह तथा दोहराव के प्रश्न हल करेगा।

विचार को समझने का ठोस उदाहरण

पैकेट और उन पर लिखी संख्या

कल्पना करें कि 35 गिनती की वस्तुएँ बराबर पैकेटों में रखनी हैं और कुछ बचना नहीं चाहिए। 5 के पैकेट बन सकते हैं, क्योंकि $5 \times 7 = 35$ । 6 के पाँच पैकेट भरने पर 5 वस्तुएँ बचती हैं। स्वीकार्य पैकेट-आकार 35 के गुणनखंड हैं। इसके बजाय यदि 5 के पूरे पैकेट जोड़ते जाएँ, तो कुल 5, 10, 15, ... मिलते हैं, जो 5 के गुणज हैं।

इससे निश्चित कुल को निःशेष बाँटने वाले आकार और निश्चित आकार दोहराकर बनाए गए कुल में अंतर समझ आता है। विभाज्यता की जाँच बताती है कि कोई पैकेट-आकार ठीक बैठता है या नहीं; वह अपने-आप पैकेटों की गिनती नहीं बताती। अभाज्य गुणनखंडन संख्या का विघटन है; इसका अर्थ यह नहीं कि असली पैकेटों का आकार अभाज्य ही होना चाहिए।

त्वरित संदर्भ

परिभाषाएँ और दायरा

इस पाठ में धनात्मक पूर्णांक तथा धनात्मक गुणनखंड और गुणज हैं। गुणनखंड निःशेष भाग देता है; गुणज गुणा से बनता है। अभाज्य के ठीक दो अलग धनात्मक गुणनखंड होते हैं। भाज्य संख्या 1 से बड़ी है और उसके दो से अधिक धनात्मक गुणनखंड होते हैं। 1 न अभाज्य है, न भाज्य; 2 एकमात्र सम अभाज्य है। सह-अभाज्य संख्याओं में केवल 1 साझा धनात्मक गुणनखंड है और दोनों भाज्य भी हो सकती हैं।

विभाज्यता की जाँच

- 2: अंतिम अंक सम
- 5: अंतिम अंक 0 या 5
- 10: अंतिम अंक 0
- 4: अंतिम दो अंकों से बनी संख्या 4 से विभाज्य
- 8: अंतिम तीन अंकों से बनी संख्या 8 से विभाज्य
- 3 या 9: अंक-योग क्रमशः 3 या 9 से विभाज्य
- 6: 2 और 3 की दोनों जाँचें सफल
- 11: एकांतर अंक-योगों का अंतर 0 या 11 का गुणज; ऋणात्मक अंतर भी स्वीकार्य

छोटी संख्या के लिए उसके सभी अंक लें। अंतिम अंक-समूह 00 या 000 का मान 0 है।

सत्यापन

हर युग्म के दोनों गुणनखंड लें और दोहराव हटाएँ। पूरे अभाज्य गुणनखंडन में केवल अभाज्य संख्याएँ हों; वापस गुणा करके मूल संख्या जाँचें और घात लिखने से पहले बार-बार आए गुणनखंड गिनें। दो सह-अभाज्य धनात्मक पूर्णांकों से विभाज्य संख्या उनके गुणनफल से भी विभाज्य होती है। सह-अभाज्यता न होने पर यह निष्कर्ष निश्चित नहीं है; असंभव नहीं है।