

Changing Teams and Finishing the Remaining Work

बदलती कार्य टीम और शेष कार्य पूरा करना

Lesson 2 of 3 | Time Work and Tank Flow

समय कार्य और टंकी में प्रवाह | निःशुल्क द्विभाषी अध्ययन सामग्री

Choose English or Hindi. Read the full explanations, try the pauses and questions yourself, then check the reasoning and quick reference.

अंग्रेज़ी या हिंदी चुनें। पूरी व्याख्या पढ़ें, रुककर दिए गए काम और प्रश्न स्वयं करें, फिर तर्क और त्वरित संदर्भ जाँचें।

[English lesson and practice](#)

[English analogy](#) · [Quick reference](#)

[हिंदी पाठ और अभ्यास](#)

[उपमा](#) · [त्वरित संदर्भ](#)

Free original learning practice. Untimed, with no negative marking or pass cutoff. The separate review uses all three lessons; it introduces no new method.

निःशुल्क मौलिक अध्ययन अभ्यास। समय-सीमा, ऋणात्मक अंकन और उत्तीर्ण अंक-शर्त नहीं है। अलग मिश्रित अभ्यास में तीनों पाठों का उपयोग है; कोई नई विधि नहीं जोड़ी गई है।

Changing Teams and Finishing the Remaining Work

What you will learn

A team can change before a job is finished. The amount of work is still fixed, but the rate need not stay the same throughout. You will record each active interval, carry completed work forward, and use the new rate only on what remains.

By the end you will handle a known joining or leaving time, a stated change in daily working hours, and one unknown joining time. You will distinguish additional time from total elapsed time, detect an impossible schedule, explain missing information, and stop when the job is complete even if another event was planned later.

Use the previous lesson's meaning of one fixed job and constant independent rates. Unless a question deliberately withholds a condition, work is divisible, contributions do not overlap or obstruct one another, and there are no unstated breaks or setup delays. Rates stay unchanged within each stated interval. Worker-hours require equal, unchanged hourly productivity; headcount alone does not establish it.

1 Retrieve what a rate measures

Try before the feedback:

1. Find $1/8 + 1/24$.
2. If $3/8$ of a job is done, what remains?
3. Change $27/2$ hours into hours and minutes.
4. How many worker-hours do six equal-rate workers contribute over four days at five active hours per day?

Feedback: $1/8 + 1/24 = 4/24 = 1/6$ job per hour; the remaining amount is $5/8$ job; $27/2$ hours is 13 hours 30 minutes; the effort is $6 \times 4 \times 5 = 120$ worker-hours. A worker-hour counts one worker for one active hour. It becomes a measure of output only under the specified productivity.

Revisit Work Units Combined Rates and Efficiency for the rate conversion or contribution sum. Revisit exact fractions if subtraction or division is uncertain. We introduce the small unknown-duration equation locally below; you do not need to finish the later Algebra module first.

2 A new interval begins when the active rate changes

Mark the start, each joining/leaving event, and the finish. For each interval, record:

- Who is active and the rate they jointly produce
- How long that interval lasts
- The work added during it
- The cumulative completed amount and the remaining amount

The interval calculation is still $\text{work} = \text{rate} \times \text{active time}$. The change is that we must not apply one interval's rate to the whole schedule. A worker who has not joined cannot be credited with earlier work; one who has left cannot contribute afterward.

Before applying a whole planned interval, ask whether the remaining job will finish during it. A schedule describes potential events; the first-completion question ends as soon as the work reaches one whole job.

Worked case 1 A helper joins after three hours

A alone needs 12 hours and B alone needs 18 hours for the same divisible job. A starts alone. After 3 active hours, B joins and both continue at unchanged independent rates until completion. Find the additional time after B joins and the total time from A's start.

Panel 1 A joining event and its work ledger

Event order: start at 0 h $\rightarrow$ B joins at 3 h $\rightarrow$ job finishes. The arrow lengths do not represent a time scale.

Interval	Active workers	Rate in jobs per hour	Duration	Work completed in the interval
Before joining	A	$1/12$	3 h	$3/12 = 1/4$
After joining	A and B	$1/12 + 1/18 = 5/36$	To be found	Remaining $3/4$

A has completed $1/4$, leaving $3/4$. At the new combined rate, additional time = $(3/4)/(5/36) = 27/5$ hours = 5 hours 24 minutes. Total time = $3 + 27/5 = 42/5$ hours = **8 hours 24 minutes**.

Check each person's active time rather than just repeating the final division. A works for $42/5$ hours and contributes $(42/5)/12 = 7/10$ job. B works only for $27/5$ hours and contributes $(27/5)/18 = 3/10$. The sum is one. The total is longer than the all-together $36/5$ hours, because B missed the beginning, but shorter than A's solo 12 hours.

Do not report $27/5$ hours if the question asks for time from the original start. Do not give B three hours of work before joining. Do not divide one whole job by the new rate after part of the job is already complete.

Pause and complete a fresh ledger A takes 20 hours alone and B takes 30 hours alone. A completes one-quarter of the same job before B joins. Both then work continuously at unchanged independent rates. Fill in the first duration, joint rate, additional duration and total duration.

Feedback: A's first duration is $(1/4)/(1/20) = 5$ hours. Joint rate is $1/20 + 1/30 = 1/12$ job per hour. The remaining $3/4$ needs $(3/4)/(1/12) = 9$ hours. Total = $5 + 9 = 14$ hours. A works 14 hours and B 9 hours: $14/20 + 9/30 = 7/10 + 3/10 = 1$.

Worked case 2 A worker leaves

A takes 12 hours and B 18 hours alone for the same job. Both work together for 3 hours. A then stops; B continues alone at the same constant rate until completion. Find further and total time.

Panel 2 The rate changes after leaving

Interval	Active workers	Work added	Work remaining afterward
First 3 hours	A and B	$3 \times (5/36) = 5/12$	7/12
Remaining interval	B alone	The remaining 7/12	0 at completion

B's rate in the second interval is $1/18$ job per hour. Further time = $(7/12)/(1/18) = 21/2$ hours = 10 hours 30 minutes. Total time = $3 + 21/2 = 27/2$ hours = **13 hours 30 minutes**.

Check: A contributes $3/12 = 1/4$. B works for the whole $27/2$ hours and contributes $(27/2)/18 = 3/4$. The sum is one. It would be wrong to write $18 - 3$ as B's remaining time: B did not have to do all the work completed in the first interval, because A helped.

The total 13.5 hours exceeds A's solo 12 hours. That is possible here: A did not remain for the whole job. The earlier "joint time is below both solo times" check applies only when both positive independent contributions remain active throughout.

Pause and choose the applicable rate After A leaves, should the remaining work be divided by $5/36$ or by $1/18$? Explain without calculating.

Feedback: divide by $1/18$, because only B is active. The joint rate describes a different interval. The amount already completed stays completed, but A's future contribution is zero.

3 Worker-hours connect people and active hours

For equal workers with the same constant hourly productivity, define one worker's one-hour output as one work unit. Then workers $\times$ active hours measures completed output in that scale. If hours per day change, multiplying workers by days alone loses essential information.

Worked case 3 A larger team with a longer working day

Eight equal-rate workers would complete a divisible job in 10 working days at 6 active hours per day. After 4 such days, four more identical workers join. All twelve now work 8 active hours per day, with unchanged hourly productivity. Find further working days.

Panel 3 Count the work before changing the schedule

Quantity	Calculation in worker-hours	Result
Whole job	$8 \times 6 \times 10$	480
Work already done	$8 \times 6 \times 4$	192
Remaining work	$480 - 192$	288
New contribution each working day	12×8	96 per working day

Further days = $288/96 = 3$ **working days**. Total = $4 + 3 = 7$ working days.

Check: $8 \times 6 \times 4 + 12 \times 8 \times 3 = 480$. The old team and old daily hours apply to the work already done. The new team and new daily hours apply only afterward.

Seven working days does not mean 168 active hours or specify an exact clock timestamp. Days include the stated active hours, and the question does not describe the rest of the daily timetable. If workers had unequal hourly rates, their headcounts could not simply be combined in this way; their actual rates would be needed.

Pause and check the unit Suppose 168 worker-hours remain. Seven identical workers now work 4 active hours each day at the same hourly productivity. How many further working days are required?

Feedback: daily contribution = $7 \times 4 = 28$ worker-hours per day; $168/28 = 6$ further working days. Dividing 168 by 7 alone gives 24 active hours per worker, not the number of four-hour working days.

4 One unknown joining time can be recovered from work

An unknown duration is a number whose meaning we have not yet found. Name what it measures. If A works from the start to a known finish time T, and B joins x hours after that start, B's active time is $T - x$. It is not x.

A work-balance equation states that the contributions add to the required amount. We can solve it by subtracting known work and dividing by a known rate. The equality is preserved because we perform the same operation on both sides. The result must also fit the time interval in the story.

Worked case 4 Find when B joined

A needs 12 hours and B 18 hours alone for the same job. A starts at time zero and keeps working. B joins later and then stays. They complete the job 9 hours after A began, with unchanged independent rates. When did B join?

A's contribution is known: $9/12 = 3/4$ job. B must contribute the remaining $1/4$. B needs $(1/4)/(1/18) = 9/2$ hours of active work, so B joined $9 - 9/2 = 9/2$ **hours after the start**, or 4 hours 30 minutes after A.

Panel 4 The unknown marks a start, not a duration worked

Worker	Starts at	Finishes at	Active duration	Contribution
A	0	9 h	9 h	9/12
B	x h	9 h	(9 - x) h	(9 - x)/18

The same reasoning as an equation is:

- $9/12 + (9 - x)/18 = 1$
- Subtract $9/12$ from both sides: $(9 - x)/18 = 1/4$
- Multiply both sides by 18: $9 - x = 9/2$
- Therefore $x = 9 - 9/2 = 9/2$

The active duration $9 - x$ must be nonnegative, so $0 \leq x \leq 9$ is necessary. “Joins later” also excludes $x = 0$. The answer $9/2$ meets those conditions. Substituting into the original work balance gives $9/12 + (9 - 9/2)/18 = 3/4 + 1/4 = 1$.

Now test a separate claim of completion in 6 hours with the same start-and-join rules. A would contribute $6/12 = 1/2$. B would need 9 active hours to contribute the other half, but at most 6 hours is available. The equation gives $x = 6 - 9 = -3$ hours. That is not an acceptable “join later” time. The claim is **impossible under the stated schedule**. Even both starting immediately need $36/5$ hours, more than 6.

Pause and solve a new balance A alone needs 8 hours and B 12 hours. A starts first; B joins later and stays. A keeps working and the job finishes at 6 hours after A's start. At what time did B join?

Feedback: A contributes $6/8 = 3/4$; B must do $1/4$, requiring $(1/4)/(1/12) = 3$ active hours. B joins at $6 - 3 = 3$ hours. Check: $6/8 + (6 - 3)/12 = 1$ and $0 < 3 < 6$.

The small equation bridge is supported by [NIOS Secondary Mathematics 211, Chapter 5 §§5.2-5.3, printed pp.142-146](#). We use named variables, balance-preserving steps and substitution; two-variable systems and graphing are not needed here.

5 Decide whether the target event is determined

Missing information and inconsistent information are different. Missing information permits more than one answer. Inconsistent information permits no answer within the stated model. A missing detail can also be irrelevant if its event occurs after the requested completion.

Worked case 5 Two different schedule questions

Case A: an unspecified joining time. A alone needs 12 hours and B 18 hours. A starts alone, B joins later and stays, and A continues throughout. No joining time, amount completed before joining or final completion time is given. Can total completion time be uniquely found?

Panel 5 Two schedules that both obey the statement

B joins after	A has already done	Further time together	Total time
3 h	$1/4$ job	$(3/4)/(5/36) = 27/5$ h	$42/5$ h
6 h	$1/2$ job	$(1/2)/(5/36) = 18/5$ h	$48/5$ h

Both schedules obey every supplied condition, but the totals differ. Therefore the information is **insufficient for a unique total**. A joining time or the work amount at joining would determine this version of the question. Do not assume “later” means halfway through the job.

Case B: a leaving event after the job would finish. This is a separate schedule using the same solo rates. Both start together; B is scheduled to leave after 8 hours only if the job is still unfinished. When is the job first completed?

While both are active, completion needs $1/(5/36) = 36/5$ hours = 7 hours 12 minutes. That is before the 8-hour event. Stop at **$36/5$ hours**. Do not first record 8 hours of work, obtain more than one job, and then attempt to solve a negative remainder. The planned departure never affects this first-completion calculation.

Pause and choose a safe next step

1. In a planned interval of length d with positive rate r and remaining work R , what should you compare before applying all d hours?
2. A could finish alone in 5 hours. A starts alone; B is scheduled to arrive after 6 hours if work remains. B's rate is not given. Can the first completion time still be found?

Feedback:

1. Compare R/r with d . If $R/r \leq d$, completion occurs within or exactly at the end of that interval; stop there. If $R/r > d$, calculate rd work, subtract it from R , and move to the next interval. Equality does not require an extra interval.
2. Yes, provided A keeps the stated constant rate without interruption: first completion is at 5 hours, before B's possible arrival. B's unknown rate is irrelevant to that event.

6 A schedule-solving routine

1. Name the whole job and the time origin
2. Mark changes and identify who is active in each interval
3. Check whether completion happens before the next change
4. Record interval work and carry the remaining amount forward
5. Report additional or total time exactly as requested
6. Substitute all actual active durations into the contribution sum
7. Reject negative durations; prove insufficiency with two admissible schedules when necessary

The next lesson carries this same ledger into a tank. Water can leave as well as enter, so signs and the empty/full boundaries must be included.

Independent practice

Try before reading the key. These are untimed formative checks: one mark for a correct answer, zero otherwise, no negative marking and no pass cutoff. These local learning settings are not the official RRB marking scheme.

1. A needs 10 h and B 15 h alone for the same divisible job. A works alone for 2 h, then both continue at unchanged independent constant rates without delay. What is the total time from A's start?

- A. 4 h 48 min
- B. 6 h 48 min
- C. 6 h
- D. 8 h

2. A needs 8 h and B 12 h alone for one divisible job. They work together for 2 h at constant independent rates; A then leaves and B continues unchanged. Find total time from their start.

- A. 7 h
- B. 10 h
- C. $24/5$ h
- D. 9 h

3. Six identical workers need 12 working days at 5 active hours per day for one divisible job. After 4 such days, the team becomes 10 identical workers at 6 active hours per day. Hourly productivity stays unchanged, with independent contributions and no extra delay. How many further working days are required?

- A. 4
- B. 8
- C. $24/5$
- D. 6

4. A needs 10 h and B 15 h alone for the same divisible job. A starts and works continuously; B joins later and then stays. At unchanged independent constant rates, the job finishes 8 h after A started. When did B join?

- A. 3 h after A
- B. 4 h after A
- C. 5 h after A
- D. 8 h after A

5. A needs 10 h and B 15 h alone for one divisible job. A starts first; B may join only after A starts, and both keep their positive constant independent rates. A keeps working until completion. A report says the job finishes just 5 h after A starts. Which conclusion is valid?

- A. B joined 2.5 h after A
- B. The reported completion is impossible under these conditions
- C. B joined exactly when A started
- D. There are many valid joining times giving 5 h

6. For the same divisible job, A alone needs 10 h and B 15 h at constant independent rates. A starts alone, B joins later and stays, and A continues. No joining time, work fraction at joining or final time is supplied. What is the unique total completion time?

- A. 6 h
- B. 6 h 48 min
- C. 7 h 36 min
- D. No unique total is determined

7. A and B need 10 h and 15 h alone for one divisible job. They start together at unchanged positive independent constant rates. B will leave after 7 h only if work remains. At what time is the job first completed?

- A. 6 h
- B. 7 h
- C. 8 h
- D. 10 h

8. Four workers finish a divisible job in 9 h at positive constant independent rates. The same four, with unchanged rates, are joined from the start by two more workers; all six contribute independently with no extra delay. The new workers' rates are not given. Can the new completion time be fixed?

- A. It must be 6 h
- B. It must be $36/5$ h
- C. No unique time; the extra rates are needed
- D. It must remain 9 h

Answer key and explanations

1. B; 2. D; 3. A; 4. C; 5. B; 6. D; 7. A; 8. C

1. B is correct. A first completes $2/10 = 1/5$ job. The remaining $4/5$ is completed at rate $1/10 + 1/15 = 1/6$, requiring $24/5$ h more. Total = $2 + 24/5 = 34/5$ h = 6 h 48 min. Check: $(34/5)/10 + (24/5)/15 = 17/25 + 8/25 = 1$. A reports only additional time. C uses the all-start-together time and credits B before joining. D subtracts 2 from A's solo 10 h, ignoring B's actual contribution and the requested time origin.

2. D is correct. First-stage work = $2(1/8 + 1/12) = 5/12$. Remaining $7/12$ at B's rate $1/12$ requires 7 further hours. Total = 9 h. Check: A contributes $2/8 = 1/4$ and B contributes $9/12 = 3/4$. A gives further time instead of total. B uses $12 - 2$, forgetting A's earlier help and not rebuilding the completed amount. C is the all-together completion time $1/(5/24)$; A does not remain active that long in this schedule.

3. A is correct. Whole effort = $6 \times 5 \times 12 = 360$ worker-hours; completed = $6 \times 5 \times 4 = 120$; remaining = 240. New daily effort = $10 \times 6 = 60$, so further days = $240/60 = 4$. B gives total days $4 + 4 = 8$. C uses $240/(10 \times 5) = 24/5$ and keeps the old five-hour day. D divides the whole 360 by the new daily effort, counting already completed work again. Check: $120 + 4 \times 60 = 360$.

4. C is correct. A does $8/10 = 4/5$; B must do $1/5$ and needs $(1/5)/(1/15) = 3$ active hours. B joins at $8 - 3 = 5$ h. Check: $8/10 + (8 - 5)/15 = 1$ and $0 < 5 < 8$. A confuses B's active duration with its start time. B assumes halfway without a work balance; it would produce $8/10 + 4/15 = 16/15$ jobs. D leaves B no active time, giving only A's $4/5$ job.

5. B is correct. A does $5/10 = 1/2$ job. B would need 7.5 active hours for the other half, so the required joining time is $5 - 7.5 = -2.5$ h, outside the allowed schedule. Even simultaneous start needs $1/(1/10 + 1/15) = 6$ h. A discards the negative sign. C still gives 6 h, not 5. D calls contradiction missing information: no permitted joining time reaches the stated result, so there cannot be many such times.

6. D is correct. Joining after 2 h leaves $4/5$ job, requiring $(4/5)/(1/6) = 24/5$ h more; total $34/5$ h = 6 h 48 min. Joining after 4 h leaves $3/5$, requiring $18/5$ h more; total $38/5$ h = 7 h 36 min. Both satisfy the statement but differ. B and C are possible answers, not uniquely forced ones. A is the all-start-together time, which disregards the stated later joining. A joining time or equivalent work-state information is needed.

7. A is correct. Together rate = $1/10 + 1/15 = 1/6$ job per hour, so first completion is at 6 h. Since $6 < 7$, B has not left before completion. B uses the planned event time as the finish. C forces a later stage after the job is already done; no work remains at 6 h. D ignores B's contribution and gives A's solo time. Check: $6/10 + 6/15 = 1$. Never apply seven hours of production to this first-completion question.

8. C is correct. A possible model gives each original worker rate $1/36$ job per hour. If each extra worker also has $1/36$, total rate is $6/36$ and time 6 h. If each extra has $1/72$, total rate is $4/36 + 2/72 = 5/36$ and time $36/5$ h. Both models preserve the original four-worker time of 9 h. A and B assert one possible model as necessary. D ignores two positive independent contributions; they make the time less than 9 h, although their unspecified sizes prevent an exact total. Equal headcount does not establish equal rates.

Let the error choose the revision

- Items 1-2: revisit interval ledgers and the difference between additional and total time
- Item 3: revisit the worker-hour table and changed hours per day
- Items 4-5: revisit the meaning and admissible range of the joining time
- Items 6 and 8: rebuild two admissible models before claiming a unique answer
- Item 7: compare first-completion time with the next planned event

Retry the relevant item without its key and explain each rejected option.

Sources and boundary

[RRB CEN 09/2025 §14.1, printed/physical p.28](#) names Time and Work and Pipes & Cistern. This is topic-scope evidence, not a frequency prediction. The list is illustrative and not necessarily exhaustive. Not all later amendments have been audited here.

[NCERT Ganita Prakash Grade 8 Part II, Chapter 3 §3.6, printed pp.63-68](#) supplies fixed-work proportional reasoning and combined-rate foundations. [Official prelims, PDF p.2](#) verify First Edition December 2025. [NIOS Secondary Mathematics 211, Chapter 5 §§5.2-5.3, printed pp.142-146](#) supports forming and checking a simple balance equation; the accessible chapter does not establish its publication year. Our schedules, signed-flow applications and feasibility/boundary checks are explained extensions, not claims of named official question variants. All exposition, panels, cases and practice are original.

Alternating attendance/valve cycles, wage sharing, staffing-rounding rules, multiple-unknown systems and pressure-dependent flow physics remain outside this module.

Analogy and its limits

Think of a fixed-length progress strip being coloured steadily. During the first interval one worker colours it; during the next interval a helper also colours different unfinished parts. At the joining mark, the coloured part stays coloured. Only the rate at which the uncoloured part shrinks changes.

The ledger is a record of those actual contributions. It prevents giving a late helper credit for earlier work or making a departed worker keep contributing. It also tells you to stop when the whole strip is coloured, even if a later change had been planned.

The analogy assumes equal pieces really represent equal amounts of work and workers do not colour the same piece twice. Real tasks may require setup, sequence constraints or checking. Those effects need stated data; a simple divisible-work strip does not automatically include them.

Quick reference

- Start with one fixed whole and an explicit time origin
- Split at each joining, leaving or active-hours change; record active workers, rate, duration and work
- Completed work stays completed. Remaining work = whole – completed work
- For each positive-rate interval, compare remaining work / rate with the time until the next event before applying the whole interval
- If completion falls within or exactly at that interval's end, stop there; do not create a negative remainder or add an unnecessary later stage
- Additional time after a change is not total time from the original start
- Worker-hours = workers × active hours only as an output scale under equal unchanged hourly productivity. With days, include the stated active hours per day
- If B joins at x during a total duration T , B works $T - x$. Build a contribution balance and substitute the answer back
- All durations must be nonnegative and must fit the stated joining/leaving rules
- Inconsistent data admit no valid schedule. Insufficient data admit more than one; demonstrate two when claiming nonuniqueness
- A missing rate may be irrelevant if its participant is scheduled after first completion
- Do not apply an all-together fastest-solo bound to a schedule where a worker leaves early

बदलती कार्य टीम और शेष कार्य पूरा करना

आप क्या सीखेंगे

कार्य पूरा होने से पहले टीम बदल सकती है। कार्य की मात्रा फिर भी निश्चित रहती है, लेकिन पूरे समय दर एक जैसी रहना आवश्यक नहीं। आप हर सक्रिय अंतराल लिखेंगे, पूरा किया कार्य आगे जोड़कर रखेंगे और नई दर केवल शेष कार्य पर लगाएंगे।

इस पाठ के अंत तक आप ज्ञात जुड़ने या जाने के समय, प्रतिदिन कार्य-घंटों में दिए बदलाव और एक अज्ञात जुड़ने के समय वाले प्रश्न हल कर सकेंगे। अतिरिक्त समय तथा शुरू से कुल समय में अंतर करेंगे, असंभव कार्यक्रम पहचानेंगे, जानकारी की कमी समझाएंगे और बाद में कोई बदलाव तय होने पर भी कार्य पूरा होते ही गणना रोकेंगे।

पिछले पाठ के एक निश्चित कार्य और स्थिर स्वतंत्र दरों के अर्थ का उपयोग करें। जब तक प्रश्न जानबूझकर कोई शर्त अज्ञात न छोड़े, कार्य बाँटा जा सकता है, योगदान न दो बार गिने जाते हैं न एक-दूसरे में बाधा डालते हैं, और अनकहे विराम या तैयारी का विलंब नहीं है। बताए गए हर अंतराल में दरें अपरिवर्तित हैं। कर्म-घंटों के लिए समान और अपरिवर्तित प्रति-घंटा उत्पादकता चाहिए; केवल कर्मियों की संख्या यह सिद्ध नहीं करती।

1 दर किसे मापती है याद करें

प्रतिक्रिया से पहले प्रयास करें:

1. $1/8 + 1/24$ निकालें।
2. कार्य का $3/8$ भाग पूरा हो तो कितना शेष है?
3. $27/2$ घंटे को घंटे और मिनट में बदलें।
4. समान दर वाले छह कर्म, चार दिनों में प्रतिदिन पाँच कार्य-घंटे काम करें तो कितने कर्म-घंटों का योगदान देंगे?

प्रतिक्रिया: $1/8 + 1/24 = 4/24 = 1/6$ कार्य प्रति घंटा; शेष $5/8$ कार्य है; $27/2$ घंटे = 13 घंटे 30 मिनट; योगदान $6 \times 4 \times 5 = 120$ कर्म-घंटे है। एक कर्म-घंटा एक कर्म के एक वास्तविक कार्य-घंटे को गिनता है। वह उत्पादकता की दी गई शर्तों में ही कार्य-मात्रा का माप बनता है।

दर में रूपांतरण या योगदान के योग के लिए कार्य की इकाइयाँ संयुक्त दर और कार्य दक्षता दोहराएँ। घटाव या भाग में कठिनाई हो तो सटीक भिन्न दोहराएँ। नीचे अज्ञात समयावधि का छोटा समीकरण यहीं समझाया गया है; पहले बाद का पूरा बीजगणित मॉड्यूल करना आवश्यक नहीं।

2 सक्रिय दर बदलते ही नया अंतराल शुरू होता है

शुरुआत, हर जुड़ने या जाने के समय और समाप्ति को चिह्नित करें। हर अंतराल के लिए लिखें:

- कौन सक्रिय है और उनकी संयुक्त दर क्या है
- वह अंतराल कितनी देर चलता है
- उसमें कितना कार्य जुड़ता है
- अब तक कितना कार्य पूरा हुआ और कितना शेष है

अंतराल की गणना अब भी कार्य = दर × वास्तविक कार्य-समय है। बदलाव यह है कि एक अंतराल की दर पूरे कार्यक्रम पर नहीं लगा सकते। जो कर्म अभी जुड़ा नहीं, उसका पहले का कार्य नहीं गिन सकते; जो चला गया, उसका बाद का योगदान नहीं गिन सकते।

पूरा तय अंतराल लागू करने से पहले पूछें कि क्या उसी में शेष कार्य पूरा हो जाएगा। कार्यक्रम संभावित घटनाएँ बताता है; पहली बार पूरा होने का प्रश्न एक कार्य पूरा होते ही समाप्त होता है।

हल उदाहरण 1 तीन घंटे बाद सहायक जुड़ता है

एक ही बाँटे जा सकने वाले कार्य को A अकेले 12 घंटे और B अकेले 18 घंटे में पूरा करता है। A अकेले शुरू करता है। 3 कार्य-घंटों के बाद B जुड़ता है और दोनों अपनी अपरिवर्तित स्वतंत्र दरों से अंत तक काम करते हैं। B के जुड़ने के बाद का अतिरिक्त समय और A की शुरुआत से कुल समय निकालें।

पैनल 1 जुड़ने की घटना और कार्य का लेखा

घटनाओं का क्रम: 0 घंटे पर शुरुआत → 3 घंटे पर B जुड़ता है → कार्य पूरा। तीरों की लंबाई समय का पैमाना नहीं दिखाती।

अंतराल	सक्रिय कर्मी	कार्य प्रति घंटे की दर	अवधि	अंतराल में पूरा कार्य
जुड़ने से पहले	A	$1/12$	3 घंटे	$3/12 = 1/4$
जुड़ने के बाद	A और B	$1/12 + 1/18 = 5/36$	निकालनी है	शेष $3/4$

A ने $1/4$ कार्य पूरा किया, इसलिए $3/4$ शेष है। नई संयुक्त दर पर अतिरिक्त समय $= (3/4)/(5/36) = 27/5$ घंटे $= 5$ घंटे 24 मिनट। कुल समय $= 3 + 27/5 = 42/5$ घंटे $= 8$ घंटे 24 मिनट।

केवल अंतिम भाग दोहराने के बजाय हर कर्मी का वास्तविक कार्य-समय जाँचें। A, $42/5$ घंटे काम करके $(42/5)/12 = 7/10$ कार्य करता है। B केवल $27/5$ घंटे काम करके $(27/5)/18 = 3/10$ कार्य करता है। योग 1 है। कुल समय, शुरू से दोनों के साथ काम करने के $36/5$ घंटे से अधिक है क्योंकि B शुरू में अनुपस्थित था, लेकिन A के अकेले 12 घंटे से कम है।

मूल शुरुआत से समय पूछा हो तो $27/5$ घंटे उत्तर न दें। जुड़ने से पहले के तीन घंटे B के नाम न गिनें। पहले कुछ कार्य हो चुका हो तो नई दर से एक पूरे कार्य को भाग न दें।

रुकें और नया लेखा पूरा करें A अकेले 20 घंटे और B अकेले 30 घंटे लेता है। B के जुड़ने से पहले A उसी कार्य का एक-चौथाई भाग पूरा करता है। फिर दोनों अपरिवर्तित स्वतंत्र दरों से लगातार काम करते हैं। पहली अवधि, संयुक्त दर, अतिरिक्त अवधि और कुल अवधि निकालें।

प्रतिक्रिया: A की पहली अवधि $(1/4)/(1/20) = 5$ घंटे है। संयुक्त दर $1/20 + 1/30 = 1/12$ कार्य प्रति घंटा। शेष $3/4$ को $(3/4)/(1/12) = 9$ घंटे चाहिए। कुल $5 + 9 = 14$ घंटे। A, 14 घंटे और B, 9 घंटे काम करते हैं: $14/20 + 9/30 = 7/10 + 3/10 = 1$ ।

हल उदाहरण 2 एक कर्मी चला जाता है

एक ही कार्य में A अकेले 12 घंटे और B अकेले 18 घंटे लेता है। दोनों पहले 3 घंटे साथ काम करते हैं। फिर A रुक जाता है; B उसी स्थिर दर से अकेले पूरा करता है। आगे का और कुल समय निकालें।

पैनल 2 जाने के बाद दर बदलती है

अंतराल	सक्रिय कर्मि	जुड़ा कार्य	उसके बाद शेष कार्य
पहले 3 घंटे	A और B	$3 \times (5/36) = 5/12$	7/12
शेष अंतराल	केवल B	शेष 7/12	पूरा होने पर 0

दूसरे अंतराल में B की दर $1/18$ कार्य प्रति घंटा है। आगे का समय = $(7/12)/(1/18) = 21/2$ घंटे = 10 घंटे 30 मिनट। कुल समय = $3 + 21/2 = 27/2$ घंटे = **13 घंटे 30 मिनट**।

जाँच: A का योगदान $3/12 = 1/4$ है। B पूरे $27/2$ घंटे काम करता है और $(27/2)/18 = 3/4$ कार्य करता है। योग 1 है। B के शेष समय के लिए $18 - 3$ लिखना गलत होगा: पहले अंतराल का सारा कार्य B को नहीं करना पड़ा, क्योंकि A ने सहायता की थी।

कुल 13.5 घंटे, A के अकेले 12 घंटे से अधिक हैं। यहाँ यह संभव है: A पूरे कार्य तक नहीं रुका। पहले की “संयुक्त समय दोनों के अकेले समय से कम” वाली जाँच तभी लागू है जब दोनों धन स्वतंत्र योगदान अंत तक सक्रिय रहें।

रुके और लागू दर चुनें A के जाने के बाद शेष कार्य को $5/36$ से भाग देंगे या $1/18$ से? बिना गणना कारण बताएँ।

प्रतिक्रिया: $1/18$ से भाग देंगे, क्योंकि केवल B सक्रिय है। संयुक्त दर दूसरे अंतराल की नहीं है। पूरा किया कार्य पूरा ही रहता है, लेकिन आगे A का योगदान शून्य है।

3 कर्मि-घंटे लोगों और कार्य-घंटों को जोड़ते हैं

समान स्थिर प्रति-घंटा उत्पादकता वाले कर्मियों के लिए एक कर्मि के एक घंटे के उत्पादन को एक कार्य-इकाई मानें। तब कर्मि $\times$ कार्य-घंटे उस पैमाने पर कार्य-मात्रा देते हैं। प्रतिदिन घंटे बदलें तो केवल कर्मि $\times$ दिन करने से आवश्यक जानकारी छूट जाती है।

हल उदाहरण 3 बड़ी टीम और लंबा कार्य-दिन

समान दर वाले आठ कर्मि, प्रतिदिन 6 कार्य-घंटे काम करके एक बाँटे जा सकने वाले कार्य को 10 कार्य-दिन में पूरा कर सकते हैं। ऐसे 4 दिनों के बाद चार और समान कर्मि जुड़ते हैं। अब सभी बारह कर्मि अपरिवर्तित प्रति-घंटा उत्पादकता पर प्रतिदिन 8 कार्य-घंटे काम करते हैं। कितने और कार्य-दिन लगेंगे?

पैनल 3 कार्यक्रम बदलने से पहले हुआ कार्य गिनें

मात्रा	कर्मि-घंटों में गणना	परिणाम
पूरा कार्य	$8 \times 6 \times 10$	480
पहले ही पूरा कार्य	$8 \times 6 \times 4$	192
शेष कार्य	$480 - 192$	288
नए हर कार्य-दिन का योगदान	12×8	96 प्रति कार्य-दिन

आगे के दिन = $288/96 = 3$ कार्य-दिन। कुल = $4 + 3 = 7$ कार्य-दिन।

जाँच: $8 \times 6 \times 4 + 12 \times 8 \times 3 = 480$ । पहले पूरा किए कार्य पर पुरानी टीम और पुराने प्रतिदिन घंटे लगेंगे। नई टीम और नए प्रतिदिन घंटे केवल उसके बाद लागू होंगे।

सात कार्य-दिन का अर्थ 168 कार्य-घंटे या घड़ी का कोई निश्चित समाप्ति-समय नहीं है। हर दिन में बताए गए वास्तविक कार्य-घंटे हैं; प्रश्न बाकी दैनिक कार्यक्रम नहीं बताता। कर्मियों की प्रति-घंटा दरें अलग हों तो उनकी संख्याएँ इस तरह सीधे नहीं जोड़ सकते; वास्तविक दरें चाहिए।

रुकें और इकाई जाँचें मान लें कि 168 कर्मी-घंटे शेष हैं। सात समान कर्मी अब उसी प्रति-घंटा उत्पादकता पर प्रतिदिन 4 कार्य-घंटे काम करते हैं। कितने और कार्य-दिन चाहिए?

प्रतिक्रिया: दैनिक योगदान $7 \times 4 = 28$ कर्मी-घंटे प्रति दिन; $168/28 = 6$ और कार्य-दिन। केवल 168 को 7 से भाग देने पर प्रति कर्मी 24 कार्य-घंटे मिलेंगे, चार-घंटे वाले कार्य-दिनों की संख्या नहीं।

4 एक अज्ञात जुड़ने का समय कार्य से निकालें

अज्ञात समयावधि ऐसी संख्या है जिसका मान अभी निकालना है। पहले बताएँ कि वह किसे मापती है। यदि A शुरुआत से ज्ञात समाप्ति-समय T तक काम करे और B उस शुरुआत के x घंटे बाद जुड़े, तो B का कार्य-समय T - x है, x नहीं।

कार्य का संतुलन-समीकरण बताता है कि योगदानों का योग आवश्यक मात्रा है। ज्ञात कार्य घटाकर और ज्ञात दर से भाग देकर उसे हल कर सकते हैं। दोनों पक्षों पर एक ही प्रक्रिया करने से बराबरी बनी रहती है। प्राप्त समय को कहानी के अंतराल में भी सही बैठना चाहिए।

हल उदाहरण 4 B कब जुड़ा

एक ही कार्य में A अकेले 12 घंटे और B अकेले 18 घंटे लेता है। A समय शून्य पर शुरू करके लगातार काम करता है। B बाद में जुड़ता है और फिर अंत तक रहता है। अपरिवर्तित स्वतंत्र दरों से कार्य A की शुरुआत के 9 घंटे बाद पूरा होता है। B कब जुड़ा?

A का योगदान ज्ञात है: $9/12 = 3/4$ कार्य। B को शेष $1/4$ करना है। B को $(1/4)/(1/18) = 9/2$ कार्य-घंटे चाहिए, इसलिए वह शुरुआत के $9 - 9/2 = 9/2$ घंटे बाद, यानी A के 4 घंटे 30 मिनट बाद जुड़ा।

पैनल 4 अज्ञात संख्या शुरुआत बताती है काम की गई अवधि नहीं

कर्मी	शुरू करता है	समाप्त करता है	सक्रिय अवधि	योगदान
A	0 पर	9 घंटे पर	9 घंटे	$9/12$
B	x घंटे पर	9 घंटे पर	$(9 - x)$ घंटे	$(9 - x)/18$

यही तर्क समीकरण में:

- $9/12 + (9 - x)/18 = 1$
- दोनों ओर $9/12$ घटाएँ: $(9 - x)/18 = 1/4$
- दोनों ओर 18 से गुणा करें: $9 - x = 9/2$
- इसलिए $x = 9 - 9/2 = 9/2$

सक्रिय अवधि $9 - x$ ऋण नहीं हो सकती, इसलिए $0 \leq x \leq 9$ आवश्यक है। “बाद में जुड़ता है” से $x = 0$ भी बाहर होता है। उत्तर $9/2$ इन शर्तों के अनुकूल है। मूल कार्य-समीकरण में रखने पर $9/12 + (9 - 9/2)/18 = 3/4 + 1/4 = 1$ ।

अब उन्हीं शुरू करने और जुड़ने के नियमों पर 6 घंटे में पूरा होने का अलग दावा जाँचें। A, $6/12 = 1/2$ कार्य करेगा। बाकी आधे के लिए B को 9 कार्य-घंटे चाहिए, लेकिन अधिकतम 6 घंटे उपलब्ध हैं। समीकरण $x = 6 - 9 = -3$ घंटे देता है। यह “बाद में जुड़ने” का मान्य समय नहीं है। दावा **दी गई समय-सारणी में असंभव** है। दोनों तुरंत साथ शुरू करें तब भी $36/5$ घंटे चाहिए, जो 6 से अधिक है।

रुके और नया संतुलन हल करें A अकेले 8 घंटे और B अकेले 12 घंटे लेता है। A पहले शुरू करता है; B बाद में जुड़कर अंत तक रहता है। A लगातार काम करता है और उसकी शुरुआत के 6 घंटे बाद कार्य पूरा होता है। B किस समय जुड़ा?

प्रतिक्रिया: A का योगदान $6/8 = 3/4$ है; B को $1/4$ करना है, जिसमें $(1/4)/(1/12) = 3$ कार्य-घंटे चाहिए। B, $6 - 3 = 3$ घंटे पर जुड़ा। जाँच: $6/8 + (6 - 3)/12 = 1$ और $0 < 3 < 6$ ।

छोटे समीकरण का आधार [NIOS माध्यमिक गणित 211, अध्याय 5 §§5.2-5.3, मुद्रित पृ.142-146](#) है। यहाँ अर्थ सहित चर, बराबरी बनाए रखने वाले चरण और मान रखकर जाँच का उपयोग है; दो चर वाले समीकरण-निकाय या आलेख आवश्यक नहीं।

5 तय करें कि माँगी गई घटना का उत्तर निश्चित है या नहीं

अपर्याप्त जानकारी और असंगत जानकारी अलग हैं। अपर्याप्त जानकारी में एक से अधिक उत्तर संभव हैं। असंगत जानकारी में दिए मॉडल के भीतर कोई उत्तर संभव नहीं। किसी जानकारी का अभाव अप्रासंगिक भी हो सकता है, यदि उसकी घटना माँगी गई समाप्ति के बाद आती हो।

हल उदाहरण 5 समय-सारणी के दो अलग प्रश्न

स्थिति A: जुड़ने का समय नहीं दिया। A अकेले 12 घंटे और B अकेले 18 घंटे लेता है। A अकेले शुरू करता है, B बाद में जुड़कर अंत तक रहता है और A लगातार काम करता है। जुड़ने का समय, उससे पहले पूरे कार्य का भाग या अंतिम समाप्ति-समय नहीं दिया है। क्या कुल समय निश्चित रूप से निकाल सकते हैं?

पैनल 5 कथन के अनुकूल दो समय-सारणियाँ

B जुड़ता है इतने समय बाद	A पहले ही करता है	साथ आगे का समय	कुल समय
3 घंटे	$1/4$ कार्य	$(3/4)/(5/36) = 27/5$ घंटे	$42/5$ घंटे
6 घंटे	$1/2$ कार्य	$(1/2)/(5/36) = 18/5$ घंटे	$48/5$ घंटे

दोनों समय-सारणियाँ हर दी गई शर्त पूरी करती हैं, लेकिन कुल समय अलग है। इसलिए जानकारी **एक निश्चित कुल समय के लिए अपर्याप्त** है। इस प्रश्न में जुड़ने का समय या उस समय तक हुए कार्य की मात्रा उत्तर निर्धारित कर सकती है। “बाद में” का अर्थ अपने-आप आधा कार्य होने के बाद न मानें।

स्थिति B: कार्य पूरा होने के बाद जाने की घटना। यह उन्हीं अकेले दरों वाली अलग समय-सारणी है। दोनों साथ शुरू करते हैं; कार्य अधूरा हो तो ही B को 8 घंटे बाद जाना है। कार्य पहली बार कब पूरा होता है?

जब दोनों सक्रिय हैं, पूरा करने में $1/(5/36) = 36/5$ घंटे = 7 घंटे 12 मिनट लगेंगे। यह 8 घंटे की घटना से पहले है। **36/5 घंटे पर रुकें।** पहले 8 घंटे का कार्य लिखकर एक से अधिक कार्य न निकालें, फिर ऋण शेष को हल करने का प्रयास न करें। तय प्रस्थान पहली बार पूरा होने की इस गणना को प्रभावित ही नहीं करता।

रुकें और सही अगला चरण चुनें

1. धन दर r वाले d घंटे के तय अंतराल में शेष कार्य R हो तो पूरे d घंटे लगाने से पहले किसकी तुलना करेंगे?
2. A अकेले 5 घंटे में पूरा कर सकता है। वह अकेले शुरू करता है; काम बचा हो तो B को 6 घंटे बाद आना है। B की दर नहीं दी गई। क्या पहली बार पूरा होने का समय फिर भी निकाल सकते हैं?

प्रतिक्रिया:

1. R/r की तुलना d से करें। $R/r \leq d$ हो तो कार्य उसी अंतराल में या ठीक उसके अंत में पूरा होगा; वहीं रुकें। $R/r > d$ हो तो rd कार्य निकालें, R में से घटाएँ और अगले अंतराल पर जाएँ। बराबरी होने पर अतिरिक्त अंतराल नहीं चाहिए।
2. हाँ, यदि A बिना विराम अपनी बताई स्थिर दर से काम करे: पहली समाप्ति 5 घंटे पर है, B के संभावित आने से पहले। उस घटना के लिए B की अज्ञात दर अप्रासंगिक है।

6 समय-सारणी हल करने की विधि

1. पूरा कार्य और समय की शुरुआत तय करें
2. बदलाव चिह्नित करें और हर अंतराल के सक्रिय कर्मी पहचानें
3. अगली घटना से पहले कार्य पूरा होता है या नहीं जाँचें
4. अंतराल का कार्य लिखें और शेष मात्रा आगे ले जाएँ
5. प्रश्न के अनुसार अतिरिक्त या कुल समय ही दें
6. सभी वास्तविक कार्य-अवधियों को योगदान के योग में रखकर जाँचें
7. ऋण अवधियाँ अस्वीकार करें; आवश्यकता हो तो दो मान्य समय-सारणियों से जानकारी की कमी सिद्ध करें

अगले पाठ में यही लेखा टंकी में काम आएगा। पानी अंदर आने के साथ बाहर भी जा सकता है, इसलिए चिह्न और खाली तथा भरी होने की सीमाएँ जोड़नी होंगी।

स्वयं अभ्यास

कुंजी से पहले प्रयास करें। ये बिना समय-सीमा के सीखने के प्रश्न हैं: सही उत्तर का एक अंक, अन्यथा शून्य; ऋण अंकन या उत्तीर्ण सीमा नहीं। ये स्थानीय सीखने के नियम आधिकारिक RRB अंकन-योजना नहीं हैं।

1. एक ही बाँटे जा सकने वाले कार्य में A अकेले 10 घंटे और B अकेले 15 घंटे लेता है। A पहले 2 घंटे अकेले काम करता है, फिर दोनों बिना विलंब अपनी अपरिवर्तित स्वतंत्र स्थिर दरों से काम करते हैं। A की शुरुआत से कुल समय क्या है?

- A. 4 घंटे 48 मिनट
- B. 6 घंटे 48 मिनट
- C. 6 घंटे
- D. 8 घंटे

2. एक बाँटे जा सकने वाले कार्य में A अकेले 8 घंटे और B अकेले 12 घंटे लेता है। दोनों स्थिर स्वतंत्र दरों से 2 घंटे साथ काम करते हैं; फिर A चला जाता है और B अपरिवर्तित दर से काम करता रहता है। शुरुआत से कुल समय निकालें।

- A. 7 घंटे
- B. 10 घंटे
- C. $24/5$ घंटे
- D. 9 घंटे

3. छह समान कर्मों, प्रतिदिन 5 कार्य-घंटे काम करके एक बाँटे जा सकने वाले कार्य को 12 कार्य-दिन में पूरा कर सकते हैं। ऐसे 4 दिनों के बाद टीम में 10 समान कर्मों हो जाते हैं और प्रतिदिन 6 कार्य-घंटे काम होता है। प्रति-घंटा उत्पादकता अपरिवर्तित है, योगदान स्वतंत्र हैं और अतिरिक्त विलंब नहीं है। कितने और कार्य-दिन चाहिए?

- A. 4
- B. 8
- C. $24/5$
- D. 6

4. एक ही बाँटे जा सकने वाले कार्य में A अकेले 10 घंटे और B अकेले 15 घंटे लेता है। A शुरू करके लगातार काम करता है; B बाद में जुड़कर अंत तक रहता है। अपरिवर्तित स्वतंत्र स्थिर दरों पर A की शुरुआत के 8 घंटे बाद कार्य पूरा होता है। B कब जुड़ा?

- A. A के 3 घंटे बाद
- B. A के 4 घंटे बाद
- C. A के 5 घंटे बाद
- D. A के 8 घंटे बाद

5. एक बाँटे जा सकने वाले कार्य में A अकेले 10 घंटे और B अकेले 15 घंटे लेता है। A पहले शुरू करता है; B केवल A की शुरुआत के बाद जुड़ सकता है और दोनों की धन स्थिर स्वतंत्र दरें बनी रहती हैं। A पूरा होने तक काम करता है। विवरण कहता है कि कार्य A की शुरुआत के केवल 5 घंटे बाद पूरा हो जाता है। कौन-सा निष्कर्ष सही है?

- A. B, A के 2.5 घंटे बाद जुड़ा
- B. इन शर्तों में बताया गया समाप्ति-समय असंभव है
- C. B ठीक A के साथ शुरू हुआ
- D. 5 घंटे देने वाले कई मान्य जुड़ने के समय हैं

6. एक ही बाँटे जा सकने वाले कार्य में A अकेले 10 घंटे और B अकेले 15 घंटे लेता है; दरें स्थिर और स्वतंत्र हैं। A अकेले शुरू करता है, B बाद में जुड़कर अंत तक रहता है और A काम करता रहता है। जुड़ने का समय, उस समय तक हुआ कार्य या अंतिम समय नहीं दिया है। कुल समय का निश्चित उत्तर क्या है?

- A. 6 घंटे
- B. 6 घंटे 48 मिनट
- C. 7 घंटे 36 मिनट
- D. एक निश्चित कुल समय निर्धारित नहीं है

7. एक बाँटे जा सकने वाले कार्य में A और B अकेले क्रमशः 10 घंटे और 15 घंटे लेते हैं। वे अपरिवर्तित धन स्वतंत्र स्थिर दरों से साथ शुरू करते हैं। कार्य बचा हो तो ही B, 7 घंटे बाद जाएगा। कार्य पहली बार कब पूरा होगा?

- A. 6 घंटे
- B. 7 घंटे
- C. 8 घंटे
- D. 10 घंटे

8. चार कर्मों धन स्थिर स्वतंत्र दरों से एक बाँटे जा सकने वाले कार्य को 9 घंटे में पूरा करते हैं। वही चार अपनी अपरिवर्तित दरों पर शुरू से दो और कर्मियों के साथ काम करते हैं; सभी छह स्वतंत्र योगदान देते हैं और अतिरिक्त विलंब नहीं है। नए कर्मियों की दरें नहीं दी गई हैं। क्या नया पूरा करने का समय निश्चित है?

- A. वह अवश्य 6 घंटे है
- B. वह अवश्य $36/5$ घंटे है
- C. निश्चित समय नहीं; अतिरिक्त दरें चाहिए
- D. वह अवश्य 9 घंटे ही रहेगा

उत्तर-कुंजी और व्याख्याएँ

1. B; 2. D; 3. A; 4. C; 5. B; 6. D; 7. A; 8. C

1. B सही है। A पहले $2/10 = 1/5$ कार्य करता है। शेष $4/5$ कार्य, $1/10 + 1/15 = 1/6$ की दर से होता है और $24/5$ और घंटे लगते हैं। कुल $= 2 + 24/5 = 34/5$ घंटे $= 6$ घंटे 48 मिनट। जाँच: $(34/5)/10 + (24/5)/15 = 17/25 + 8/25 = 1$ । A में केवल अतिरिक्त समय है। C में दोनों को शुरू से साथ मानकर B का जुड़ने से पहले का योगदान गिना है। D में A के अकेले 10 घंटे से 2 घटाए हैं, जिससे B का वास्तविक योगदान और माँगा गया समय-आधार छूट गया है।

2. D सही है। पहले अंतराल का कार्य $= 2(1/8 + 1/12) = 5/12$ । शेष $7/12$, B की दर $1/12$ पर 7 और घंटे लेता है। कुल 9 घंटे। जाँच: A का योगदान $2/8 = 1/4$ और B का $9/12 = 3/4$ । A में कुल के बजाय आगे का समय है। B में $12 - 2$ करके A की पहले की सहायता भुला दी है और पूरा हुआ कार्य नहीं निकाला। C लगातार साथ काम करने का समय $1/(5/24)$ है; इस कार्यक्रम में A तब तक सक्रिय नहीं रहता।

3. A सही है। पूरा योगदान $= 6 \times 5 \times 12 = 360$ कर्मी-घंटे; पूरा हुआ $= 6 \times 5 \times 4 = 120$; शेष $= 240$ । नया दैनिक योगदान $10 \times 6 = 60$ है, इसलिए आगे के दिन $240/60 = 4$ । B में कुल दिन $4 + 4 = 8$ हैं। C में $240/(10 \times 5) = 24/5$ करके पुराना पाँच-घंटे वाला दिन रखा गया है। D में पूरे 360 को नई दैनिक दर से भाग देकर पहले पूरा कार्य फिर गिना गया है। जाँच: $120 + 4 \times 60 = 360$ ।

4. C सही है। A, $8/10 = 4/5$ करता है; B को $1/5$ करना है और $(1/5)/(1/15) = 3$ कार्य-घंटे चाहिए। वह $8 - 3 = 5$ घंटे पर जुड़ता है। जाँच: $8/10 + (8-5)/15 = 1$ और $0 < 5 < 8$ । A में B की सक्रिय अवधि को उसका शुरू होने का समय समझा है। B में कार्य-संतुलन के बिना आधे समय पर जुड़ना मान लिया है; उससे $8/10 + 4/15 = 16/15$ कार्य होगा। D में B को कोई सक्रिय समय नहीं मिलता और केवल A का $4/5$ कार्य होता है।

5. B सही है। A, $5/10 = 1/2$ कार्य करता है। दूसरे आधे के लिए B को 7.5 कार्य-घंटे चाहिए, इसलिए जुड़ने का समय $5 - 7.5 = -2.5$ घंटे होगा, जो अनुमत कार्यक्रम से बाहर है। साथ शुरू करने पर भी $1/(1/10 + 1/15) = 6$ घंटे चाहिए। A ने ऋण चिह्न हटा दिया है। C से भी 6 घंटे मिलते हैं, 5 नहीं। D में विरोध को जानकारी की कमी कहा है: कोई अनुमत जुड़ने का समय बताया परिणाम नहीं देता, इसलिए कई ऐसे समय नहीं हो सकते।

6. D सही है। 2 घंटे बाद जुड़ने पर $4/5$ कार्य शेष है, जिसमें $(4/5)/(1/6) = 24/5$ और घंटे लगते हैं; कुल $34/5$ घंटे $= 6$ घंटे 48 मिनट। 4 घंटे बाद जुड़ने पर $3/5$ शेष है और $18/5$ और घंटे चाहिए; कुल $38/5$ घंटे $= 7$ घंटे 36 मिनट। दोनों कथन के अनुकूल हैं, पर अलग हैं। B और C संभव उत्तर हैं, आवश्यक निश्चित उत्तर नहीं। A में दोनों को साथ शुरू माना है, जबकि B बाद में जुड़ता है। जुड़ने का समय या उस समय की समतुल्य कार्य-स्थिति चाहिए।

7. A सही है। संयुक्त दर $1/10 + 1/15 = 1/6$ कार्य प्रति घंटा है, इसलिए पहली समाप्ति 6 घंटे पर है। $6 < 7$ होने से पूरा होने से पहले B गया नहीं है। B में तय घटना को समाप्ति मान लिया है। C में कार्य पूरा होने के बाद भी अगला अंतराल लगाया है; 6 घंटे पर कोई कार्य शेष नहीं है। D में B का योगदान छोड़कर A का अकेले समय दिया है। जाँच: $6/10 + 6/15 = 1$ । पहली बार पूरा होने के इस प्रश्न में सात घंटे का उत्पादन न लगाएँ।

8. C सही है। एक संभव मॉडल में हर पुराने कर्मी की दर $1/36$ कार्य प्रति घंटा है। हर नए कर्मी की दर भी $1/36$ हो तो कुल $6/36$ और समय 6 घंटे है। हर नए की दर $1/72$ हो तो कुल दर $4/36 + 2/72 = 5/36$ और समय $36/5$ घंटे है। दोनों मॉडल पुराने चार कर्मियों के 9 घंटे को बनाए रखते हैं। A और B में एक संभव मॉडल को आवश्यक मान लिया है। D दो धन स्वतंत्र योगदानों को छोड़ता है; उनसे समय 9 घंटे से कम होता है, लेकिन उनके अज्ञात मान के कारण सटीक समय नहीं मिलता। केवल संख्या समान होने से दरें समान सिद्ध नहीं होतीं।

गलती के अनुसार दोहराव चुनें

- प्रश्न 1-2: अंतराल का लेखा और अतिरिक्त तथा कुल समय का अंतर दोहराएँ
- प्रश्न 3: कर्मी-घंटों की सारणी और प्रतिदिन बदले घंटे दोहराएँ
- प्रश्न 4-5: जुड़ने के समय का अर्थ और अनुमत परास दोहराएँ
- प्रश्न 6 और 8: निश्चित उत्तर कहने से पहले दो मान्य मॉडल बनाएँ
- प्रश्न 7: पहली समाप्ति के समय की अगली तय घटना से तुलना करें

संबंधित प्रश्न बिना कुंजी फिर हल करें और हर अस्वीकार किए विकल्प का कारण दें।

स्रोत और सीमा

[RRB CEN 09/2025 §14.1, मुद्रित और भौतिक पृ.28](#) में समय और कार्य तथा पाइप और टंकी का उल्लेख है। यह विषय-दायरे का प्रमाण है, प्रश्न-आवृत्ति की भविष्यवाणी नहीं। सूची उदाहरणात्मक है और आवश्यक नहीं कि पूर्ण हो; यहाँ बाद के संशोधनों की जाँच पूरी नहीं हुई है।

[NCERT गणित प्रकाश कक्षा 8 भाग II, अध्याय 3 §3.6, मुद्रित पृ.63-68](#) निश्चित कार्य के समानुपाती तर्क और संयुक्त दरों का आधार देता है। [आधिकारिक आरंभिक पृष्ठों के PDF पृ.2](#) से प्रथम संस्करण दिसंबर 2025 की पुष्टि होती है। [NIOS माध्यमिक गणित 211, अध्याय 5 §§5.2-5.3, मुद्रित पृ.142-146](#) सरल संतुलन-समीकरण बनाने और जाँचने का आधार है; उपलब्ध अध्याय से उसका प्रकाशन-वर्ष स्थापित नहीं होता। यहाँ समय-सारणी, चिह्न सहित प्रवाह तथा संभव होने और सीमा पर रुकने की जाँच समझाकर दिए गए विस्तार हैं, आधिकारिक नामित प्रश्न-प्रकारों का दावा नहीं। सभी व्याख्याएँ, पैनल, उदाहरण और अभ्यास मौलिक हैं।

बारी-बारी उपस्थिति या वाल्व के चक्र, मजदूरी बाँटना, कर्मियों की संख्या पूर्णांक करने के नियम, अनेक अज्ञात वाले समीकरण और दबाव के साथ बदलते प्रवाह के भौतिक नियम इस मॉड्यूल से बाहर हैं।

उपमा और उसकी सीमाएँ

एक निश्चित लंबाई की प्रगति-पट्टी पर स्थिर गति से रंग भरे जाने की कल्पना करें। पहले अंतराल में एक कर्मी रंग भरता है; अगले में सहायक अलग अधूरे भागों पर भी रंग भरता है। जुड़ने के समय पहले रंगा भाग रंगा ही रहता है। केवल बिना रंगे भाग के घटने की दर बदलती है।

लेखा वास्तविक योगदानों का रिकॉर्ड है। वह देर से आए सहायक को पहले का कार्य देने या चले गए कर्मी का बाद का योगदान गिनने से रोकता है। पूरी पट्टी रंगते ही रुकने को भी बताता है, भले ही बाद में कोई बदलाव तय हो।

तुलना में बराबर टुकड़े बराबर कार्य-मात्राएँ बताते हैं और दो कर्मी एक ही भाग को दो बार नहीं रंगते। वास्तविक कार्य में तैयारी, क्रम की शर्तें या जाँच आवश्यक हो सकती हैं। उनके लिए दी गई जानकारी चाहिए; बाँटे जा सकने वाले कार्य की सरल पट्टी में वे अपने-आप शामिल नहीं हैं।

त्वरित संदर्भ

- एक निश्चित पूरा कार्य और समय की स्पष्ट शुरुआत लें
- जुड़ने, जाने या कार्य-घंटे बदलने पर अंतराल बाँटें; सक्रिय कर्मी, दर, अवधि और कार्य लिखें
- किया गया कार्य बना रहता है। शेष कार्य = पूरा कार्य – पहले किया गया कार्य
- धन दर वाले हर अंतराल में पूरा तय समय लगाने से पहले शेष कार्य / दर की तुलना अगली घटना तक के समय से करें
- कार्य उसी अंतराल में या ठीक उसके अंत में पूरा हो तो वहीं रुकें; ऋण शेष या अनावश्यक अगला अंतराल न बनाएँ
- बदलाव के बाद का अतिरिक्त समय, मूल शुरुआत से कुल समय नहीं है
- कर्मी-घंटे = कर्मी $\times$ वास्तविक कार्य-घंटे, समान अपरिवर्तित प्रति-घंटा उत्पादकता में ही कार्य का पैमाना हैं। दिन हों तो बताए गए प्रतिदिन कार्य-घंटे शामिल करें
- कुल अवधि T में B, x समय पर जुड़े तो B का कार्य-समय T – x है। योगदानों का संतुलन बनाएँ और उत्तर मूल कथन में रखें
- सभी अवधियाँ शून्य या धन हों और जुड़ने या जाने की दी गई शर्तों में सही बैठें
- असंगत जानकारी में कोई मान्य कार्यक्रम नहीं। अपर्याप्त जानकारी में एक से अधिक हैं; अनिश्चितता बताते समय दो उदाहरण दें
- कोई कर्मी पहली समाप्ति के बाद आने वाला हो तो उसकी अज्ञात दर अप्रासंगिक हो सकती है
- कोई कर्मी पहले चला जाए तो पूरे समय साथ काम करने वाली अकेले-समय की सीमा न लगाएँ